

ویژه خرداد ۱۴۰۲



## فیلم تحلیل سوالات امتحانات پایان ترم

برای دیدن **فیلم حل نمونه سوالات** بزن رو لینک زیر

مشاهده فیلم

تحلیل نمونه سوالات گسسته دوازدهم ریاضی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	تعداد صفحه: ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

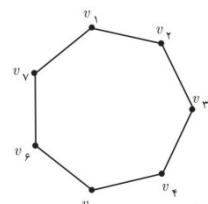
ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.	۱
۲	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) یک گراف کامل ۸ رأسی، ..... یال دارد. ب) در یک گراف از مرتبه ۱۰ با $\Delta = 3$ حداقل ..... راس برای احاطه همه رئوس لازم است. ج) اگر در گراف $G$ از مرتبه $p$ داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر ..... است. د) مجموع درجه های سطر اول یک مربع لاتین ۵ در ۵ برابر با ..... است.	۲
۳	اگر باقی مانده تقسیم $m$ و $n$ بر ۱۳ به ترتیب اعداد ۲ و ۹ باشد در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $5n - 3m$ بر ۱۳ را بدست آورید.	۱/۵
۴	اگر در یک سال، شنبه روز اول مهر باشد. در این صورت با استفاده از هم نهشتی تعیین کنید ۱۲ بهمن، در همان سال چه روزی از هفته است؟	۱
۵	با تبدیل معادله سیاله خطی $5x + 2y = 18$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جوابهای عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۶	شکل مقابل نمودار گراف $G$ می باشد. الف) مرتبه و اندازه گراف $G$ را بنویسید. ب) مجموعه $N_G(b)$ را بنویسید. ج) مجموع درجه های رأس های گراف $\overline{G}$ را مشخص کنید.	۱/۵
۷	گراف $C_V$ را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید. ب) عدد احاطه گری $C_V$ را به دست آورید. ج) دو مجموعه احاطه گر مینیمم متمایز بنویسید.	۱/۵
۸	الف) ثابت کنید هر مجموعه احاطه گر دلخواه غیر مینیمال را میتوان با حذف برخی از رئوسش به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کرد؟ ب) در گراف روبرو یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی را مشخص کنید.	۱/۵
	« بقیه سوالات در صفحه دوم »	

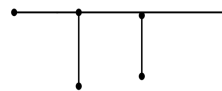
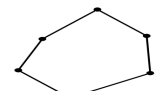
سؤالات امتحان نهایی درس: <b>ریاضیات گسسته</b>	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: <b>۸ صبح</b>	تعداد صفحه: <b>۲</b>
پایه <b>دوازدهم</b> دوره دوم متوسطه	رشته: <b>ریاضی فیزیک</b>	تاریخ امتحان: <b>۱۳۹۸/۳/۲۵</b>	مدت امتحان: <b>۱۲۰ دقیقه</b>
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در <b>نوبت خرداد</b> ماه سال <b>۱۳۹۸</b>		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
۹	الف) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱
۱۰	با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ چند عدد ۹ رقمی می توان نوشت.	۱
۱۱	۶ دانش آموز پایه دوازدهم و ۵ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می توانند کنار هم در یک ردیف قرار گیرند، به طوری که: الف) به صورت یک در میان قرار بگیرند. ب) همواره دانش آموزان یازدهم کنار هم باشند. ج) یک دانش آموز خاص یازدهم و یک دانش آموز خاص دوازدهم در کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10$ با شرط $x_i > 0, i = 2, 3, 4, 5$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	اگر سه دوست هم سایز، سه کت و سه پیراهن داشته باشند و بخواهند در سه روز اول هفته از این لباسها به گونه ای استفاده کنند که هر فرد هر یک از کت ها و هر یک از پیراهن ها را دقیقاً یک بار استفاده کرده باشد و هر کت با هر پیراهن نیز دقیقاً یکبار مورد استفاده قرار بگیرد، چگونه می توانند این کار را انجام دهند؟	۱/۵
۱۴	در بین اعداد ۱ تا ۹۰ چند عدد وجود دارد که بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشند.	۱/۲۵
۱۵	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش آموز مشغول به تحصیل باشند لااقل ۷ نفر از آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵
	" موفق باشید "	جمع نمره
		۲۰

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف

۱	<p>اگر دو عدد نامنفی باشند حکم چنین خواهد بود (۰/۵) <math>\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}</math> (صفحه: ۷)</p> <p>گزاره همیشه درست <math>\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \underbrace{a+b-2\sqrt{ab}}_{(0/25)} \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}_{(0/25)} \geq 0</math></p>	۱														
۲	<p>الف) ۲۸ (۰/۵) ب) ۳ راس (۰/۵) ج) <math>p-1</math> (۰/۵) د) ۱۵ (۰/۵) (صفحه: ۳۸ و ۴۹ و ۵۳ و ۶۲)</p>	۲														
۱/۵	<p><math>m = 13q_1 + 2</math> (۰/۵) <math>3m = 13(3q_1) + 6</math> (۰/۵) <math>5n - 3m = 13q' + 39</math> (۰/۲۵) (صفحه: ۱۴)</p> <p><math>n = 13q_2 + 9</math> (۰/۵) <math>5n = 13(5q_2) + 45</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\rightarrow 5n - 3m = 13q'' + 0 \rightarrow r = 0</math> (۰/۲۵)</p>	۳														
۱	<p>روز اول مهر، شنبه را برابر صفر در نظر میگیریم ۲۹ روز درمهر و سه ماه آبان و آذر و دی و ۱۲ روز بهمن، فاصله اول مهر تا ۱۲ بهمن است، پس داریم: (۰/۲۵)</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>ش</td><td>ی</td><td>د</td><td>س</td><td>چ</td><td>پ</td><td>ج</td></tr> <tr><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td></tr> </table> <p><math>29 + 30 + 30 + 30 + 12 = 131 \rightarrow 131 \equiv 5 \pmod{7}</math> (۰/۵)</p> <p>که متناظر این عدد در جدول روز پنج شنبه را نشان می دهد. (۰/۲۵) (صفحه ۲۴)</p>	ش	ی	د	س	چ	پ	ج	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۴
ش	ی	د	س	چ	پ	ج										
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶										
۱/۵	<p><math>2y \equiv 18 \pmod{25} \xrightarrow{(2,5)=1} y \equiv 9 \pmod{25} \Rightarrow y \equiv 9 \equiv 4 \pmod{25}</math> (صفحه: ۲۵)</p> <p><math>y = 5k + 4</math> (۰/۲۵) و <math>x = -2k + 2</math> (۰/۲۵)</p>	۵														
۱/۵	<p>الف) <math>p=6</math> (۰/۲۵) ، <math>q=7</math> (۰/۲۵) ب) <math>N_G(b) = \{a, d, c\}</math> (۰/۲۵)</p> <p>ج) <math>\text{تعداد یال های یال های } G + \text{تعداد یال های یال های } \bar{G} = \frac{p(p-1)}{2}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\bar{G}</math> مجموع درجه های رئوس <math>\bar{G}</math> گراف <math>\Rightarrow 16 = \text{تعداد یال های یال های } \bar{G}</math> (۰/۲۵) (صفحه: ۴۱)</p>	۶														
۱/۵	<p></p> <p>الف) <math>\gamma(G) = 3</math> (۰/۵) ب) <math>\{v_1, v_3, v_4, v_5\}</math> (۰/۵) ج) <math>\{v_2, v_4, v_6\}</math> و <math>\{v_1, v_3, v_5\}</math> (۰/۵) (صفحه: ۴۵)</p>	۷														

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	
ردیف	راهنمای تصحیح		نمره

۸	الف) اگر $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ یک مجموعه احاطه گر غیر مینمال باشد در این صورت یک یا چند عضو وجود دارند که با حذف آنها مجموعه احاطه گر مینمال باقی می ماند. (۰/۲۵) بنا بر این عضو $a_1$ را در نظر میگیریم اگر با حذف آن هنوز مجموعه احاطه گر باقی بماند آن را حذف می کنیم (۰/۲۵) در غیر اینصورت آن را نگه داشته و همین کار را برای سایر رئوس انجام میدهیم. (۰/۲۵) ب) $A = \{h, g, f, i, j\}$ (۰/۷۵) (صفحه: ۴۶)	۱/۵																																																
۹	الف)  (۰/۵) ب)  (۰/۵) (صفحه: ۵۳)	۱																																																
۱۰	$P = \frac{9!}{3! \times 2! \times 2!}$ (۰/۷۵) $\rightarrow P = 3 \times 7!$ (۰/۲۵) (صفحه: ۵۸)	۱																																																
۱۱	الف) $5! \times 6!$ (۰/۵) ب) $5! \times 7!$ (۰/۵) ج) $10! \times 2!$ (۰/۵) (صفحه: ۵۷)	۱/۵																																																
۱۲	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10 \rightarrow x_1 + y_1 + 1 + y_2 + 1 + y_3 + 1 + y_4 + 1 = 10$ $x_1 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 6$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1}} \binom{6+5-1}{5-1}$ (۰/۵) (صفحه: ۷۲)	۱																																																
۱۳	<table border="1" data-bbox="191 1321 558 1478"> <tr><th></th><th>شنبه</th><th>یکشنبه</th><th>دوشنبه</th></tr> <tr><td>A</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>B</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>C</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> و <table border="1" data-bbox="606 1321 973 1478"> <tr><th></th><th>شنبه</th><th>یکشنبه</th><th>دوشنبه</th></tr> <tr><td>A</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>B</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>C</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> </table> $\rightarrow$ <table border="1" data-bbox="1069 1321 1436 1478"> <tr><th></th><th>شنبه</th><th>یکشنبه</th><th>دوشنبه</th></tr> <tr><td>A</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td><td>۳۳</td></tr> <tr><td>B</td><td>۳۱</td><td>۱۳</td><td>۲۲</td></tr> <tr><td>C</td><td>۲۳</td><td>۳۲</td><td>۱۱</td></tr> </table> (صفحه: ۶۹) (۰/۵)		شنبه	یکشنبه	دوشنبه	A	۱	۲	۳	B	۳	۱	۲	C	۲	۳	۱		شنبه	یکشنبه	دوشنبه	A	۲	۱	۳	B	۱	۳	۲	C	۳	۲	۱		شنبه	یکشنبه	دوشنبه	A	۱۲	۲۱	۳۳	B	۳۱	۱۳	۲۲	C	۲۳	۳۲	۱۱	۱/۵
	شنبه	یکشنبه	دوشنبه																																															
A	۱	۲	۳																																															
B	۳	۱	۲																																															
C	۲	۳	۱																																															
	شنبه	یکشنبه	دوشنبه																																															
A	۲	۱	۳																																															
B	۱	۳	۲																																															
C	۳	۲	۱																																															
	شنبه	یکشنبه	دوشنبه																																															
A	۱۲	۲۱	۳۳																																															
B	۳۱	۱۳	۲۲																																															
C	۲۳	۳۲	۱۱																																															
۱۴	$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ (۰/۲۵) $n(A \cup B) = \left[ \frac{90}{2} \right] + \left[ \frac{90}{3} \right] - \left[ \frac{90}{6} \right]$ (۰/۷۵) $n(A \cup B) = 60$ (۰/۲۵) (صفحه: ۸۴)	۱/۲۵																																																
۱۵	تعداد کبوترها: ۵۰۵ دانش آموز (۰/۲۵) $7 \times 12 = 84$ (۰/۲۵) $505 \quad   \quad 84$ $-504 \quad 6$ $\hline 1$ $6+1=7$ (۰/۵)	۱/۲۵																																																

طبق اصل لانه کبوتری لااقل ۷ نفر آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵)

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

## الف) بخش الزامی

دانش آموز عزیز به سوالات ۱ تا ۱۴ جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهید.

۱/۷۵	گزاره درست را اثبات کنید و برای گزاره نادرست، مثال نقض ارائه دهید. الف) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم، حاصل همواره بر ۸ بخش پذیر است.	۱
۱/۲۵	اگر باقی مانده تقسیم عدد $a$ بر ۴ برابر ۳ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $2a+3$ بر ۸ را به دست آورید.	۲
۱	اگر $n \in \mathbb{N}$ ، $9k+7$ و $n 9k+6$ ، ثابت کنید $n=1$ یا $n=5$ .	۳
۱/۵	باقی مانده تقسیم $7^{30}$ بر ۱۵ را به دست آورید.	۴
۱/۲۵	معادله هم نهشتی $5x \equiv 2 \pmod{11}$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۵
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) مجموع درجه های رأس های هر گراف ..... تعداد یال ها است. ب) در یک گراف $k$ -منتظم، ماکزیمم درجه رأس برابر با ..... است. پ) در بین تمام مجموعه های احاطه گر گراف $G$ ، مجموعه یا مجموعه های احاطه گری که کمترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه گر ..... گراف $G$ می نامیم. ت) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رأس هایش، دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر ..... می نامیم.	۶
۱/۲۵	گراف $G$ را در نظر گرفته و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $N_G[a]$ را با اعضا مشخص کنید. ب) یک دور به طول ۴ در این گراف مشخص کنید. پ) یک مسیر به طول ۳ و یک مسیر به طول ۴ از $a$ به $c$ بنویسید.	۷
۰/۷۵	در گراف $G$ ، درجه رأس ۷ برابر با ۹ است و درجه رأس ۷ در گراف $\bar{G}$ برابر با ۱۲ است. مرتبه گراف $G$ را مشخص کنید.	۸
۱	گرافی ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید، به طوری که: الف) مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۹
۱/۲۵	عدد احاطه گری گراف زیر را مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.	۱۰
۰/۷۵	با ارقام عدد ۱، ۱، ۲، ۲، ۳، ۳، ۴ چند عدد ۷ رقمی می توان نوشت.	۱۱
۱/۲۵	به چند طریق می توان از بین ۵ نوع گل، ۱۱ شاخه گل انتخاب کرد، اگر بخواهیم، از گل نوع دوم حداقل ۲ شاخه و از گل نوع پنجم بیش از ۳ شاخه انتخاب کنیم.	۱۲

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۳	مربع لاتین مقابل را در نظر بگیرید و با اعمال یک جایگشت بر روی ۱، ۲، ۳، ۴ یک مربع لاتین جدید به دست آورید.	۱	<table border="1"> <tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> </table>	۳	۴	۱	۲	۱	۲	۳	۴	۲	۱	۴	۳	۴	۳	۲	۱
۳	۴	۱	۲																
۱	۲	۳	۴																
۲	۱	۴	۳																
۴	۳	۲	۱																

۱۴	در هر مورد متعامد بودن دو مربع لاتین داده شده را بررسی کنید.	۱	<table border="1"> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> </table> (الف)	۳	۲	۱	۱	۳	۲	۲	۱	۳	<table border="1"> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table> (ب)	۲	۱	۳	۱	۲	۳	۳	۱	۲	<table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱
۳	۲	۱																														
۱	۳	۲																														
۲	۱	۳																														
۲	۱	۳																														
۱	۲	۳																														
۳	۱	۲																														
۱	۲	۳																														
۳	۱	۲																														
۲	۳	۱																														

**بخش انتخابی**

دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره از سوالات ۱۵ تا ۲۲ فقط ۴ سوال را به دلخواه انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۵	اگر $x$ و $y$ دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$	۱
۱۶	گراف $G$ ، ۶ رأسی ۳-منتظم است. الف) اندازه گراف $G$ را بیابید. ب) نمودار گراف $G$ را رسم کنید.	۱
۱۷	ثابت کنید تعداد رأس‌های فرد هر گراف، عددی زوج است.	۱
۱۸	۴ دانش آموز پایه دهم و ۳ دانش آموز پایه یازدهم، به چند طریق می‌توانند در یک ردیف قرار گیرند، به طوری که: الف) هیچ دو دانش آموز هم پایه کنار هم نباشند. ب) همواره دانش آموزان پایه دهم کنار هم باشند.	۱
۱۹	به چند طریق می‌توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن که هیچ کس بیشتر از یک خودکار نداشته باشد؟ (به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم).	۱
۲۰	در بین اعداد طبیعی مانند $n$ ، به طوری که $1 \leq n \leq 100$ ، چند عدد وجود دارد که بر ۶ یا ۱۰ بخش پذیر است؟	۱
۲۱	در یک اردوی دانش‌آموزی حداقل چند دانش‌آموز حضور داشته باشند تا اطمینان داشته باشیم که لااقل ۷ نفر از آن‌ها ماه تولد یکسانی دارند؟	۱
۲۲	قرار است سه کارگر $W_1, W_2, W_3$ در سه روز متوالی با سه ماشین نخ‌ریسی و با ۳ نوع الیاف کار کنند، به گونه‌ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف دقیقاً یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقاً یک بار به کار رفته باشد. برای این منظور برنامه‌ریزی کنید.	۱
۲۴	جمع نمره	"موفق باشید"

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح	مدت امتحان: 120 دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: 1399/04/08	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

## پاسخ سوالات الزامی

1	الف) نادرست (0/25) $\sqrt{2}, -\sqrt{2} \in Q^C$ (0/25), $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0 \notin Q^C$ (0/25) ب) درست (0/25) $(2k+1)^2 - 1 = \underbrace{4k^2 + 4k + 1 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{4k(k+1)}_{(0/25)} = \underbrace{4 \times 2q}_{(0/25)} = 8q$	1/75
2	$a = 4q + 3$ (0/25) $\Rightarrow 2a + 3 = \underbrace{8q + 9}_{(0/25)} = \underbrace{8(q+1) + 1}_{(0/25)} = 8q' + 1$ (0/25) $\Rightarrow r = 1$ (0/25)	1/25
3	$n   9k + 7 \times (-7)$ (0/25) $\Rightarrow n   -63k - 49 + 63k + 54$ (0/25) $\Rightarrow n   5$ (0/25) $\xrightarrow{n \in N} n = 1$ یا $5$ (0/25) (مثال صفحه 12)	1
4	$7^2 = 49 \equiv 4$ (0/25) $\Rightarrow 7^4 \equiv 16 \equiv 1$ (0/5) $\Rightarrow 7^{28} \equiv 1$ (0/25) $\xrightarrow{\times 7^2 = 4 (0/25)} 7^{30} \equiv 4$ (0/25) (مشابه سوال 8 و 9 صفحه 29)	1/5
5	$2 \equiv 35$ (0/25) $\Rightarrow 5x \equiv 35$ (0/25) $\xrightarrow{(5,11)=1 (0/25)} x \equiv 7$ (0/25) $\Rightarrow x = 11k + 7$ (0/25) (مشابه سوال 14 صفحه 30)	1/25
6	الف) دو برابر (0/25) (نتیجه ابتدای صفحه 40) ب) $k$ (0/25) (تعریف گراف منتظم صفحه 35) پ) مینیمم (0/25) (تعریف صفحه 44) ت) مینیمال (0/25) (تعریف صفحه 46)	1
7	الف) $N_G[a] = \{a, b, e, d\}$ (0/5) (مشابه مثال صفحه 36) ب) دور به طول 4 $a, b, e, d, a$ (0/25) (تعریف دور صفحه 38) (در قسمت ب اگر دور را به صورت $a, d, e, b, a$ نوشت، نمره داده شود). پ) مسیر به طول 3، $a, e, b, c$ (0/25) و مسیر به طول 4، $a, d, e, b, c$ (0/25) (مشابه مثال صفحه 38)	1/25
8	$\deg_G(v) + \deg_{\bar{G}}(v) = p - 1$ (0/25) $\Rightarrow 9 + 12 = p - 1$ (0/25) $\Rightarrow p = 22$ (0/25) (مسأله 1 صفحه 38)	0/75
9	الف) گراف روبه‌رو از مرتبه 6 و دارای تنها یک مجموعه احاطه‌گریکتا $\{a, b\}$ است. (0/25) رسم گراف (0/25) ب) گراف مقابل دارای سه مجموعه احاطه‌گری به اندازه 2 است که عبارتند از: $\{a, d\}, \{f, c\}, \{e, b\}$ . (0/25) (ذکر یک مجموعه کافی است.) رسم گراف (0/25)	1
10	برای گراف مورد سوال داریم $\left\lceil \frac{1}{3+1} \right\rceil = 3 \leq \gamma(G) \Rightarrow \left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ (0/5). از طرفی مجموعه $\{g, h, d\}$ یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف است (0/25). لذا $\gamma(G) \leq 3$ (0/25). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (0/25). (قسمت دوم کار در کلاس صفحه 50)	1/25
11	$\frac{7!}{2! \times 3!}$ (0/5) = 42 (0/25) (مشابه مثال پایین صفحه 58)	0/75
12	$x_1 + \dots + x_5 = 11$ , $x_2 \geq 2$ , $x_5 \geq 4$ (0/25) $x_1 + y_2 + 2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 = 11$ (0/25) $\Rightarrow x_1 + y_2 + x_3 + x_4 + y_5 = 5$ (0/25) $\Rightarrow$ جواب $= \binom{5+5-1}{5-1} = \binom{9}{4}$ (0/5) (قسمت پ تمرین 8 صفحه 71)	1/25

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم



راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح	مدت امتحان: 120 دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: 1399/04/08	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

13	با استفاده از جایگشت $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 1$ (0/5) مربع لاتین به صورت مقابل داریم. (مشابه تمرین 12 صفحه 72) (برای جایگشت‌های دیگر نیز بارم مناسب در نظر بگیرید.)	1
----	---	---

3	2	1	4
1	4	3	2
4	1	2	3
2	3	4	1

(0/5)

14	متعامدند. زیرا عدد دو رقمی تکراری در مربع وجود ندارد. (0/25)	(الف)	متعامد نیستند. زیرا عدد دو رقمی تکراری در مربع وجود دارد. (0/25)	(ب)	1
----	--	-------	--	-----	---

13	21	32
32	13	21
21	32	13

(ب)

32	21	13
11	33	22
23	12	31

(الف)

(0/25)

(0/25)

(مثال صفحه 65)

(0/25)

(0/25)

پاسخ سوالات اختیاری

15	چون رابطه آخر درست است، پس با بازگشت روابط، حکم مسأله درست است. (0/25)	1
----	--	---

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} \geq 2 \quad (0/25) \Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy \quad (0/25) \Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0 \quad (0/25)$$

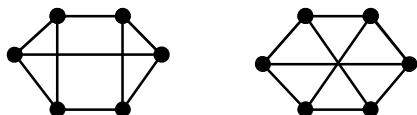
(قسمت الف تمرین 1 صفحه 8)

16	رسم یکی از گراف‌های زیر کافی است. (0/5)	1
----	---	---

(تعریف گراف k-منتظم صفحه 35)

$$3 \times 6 = 2q \Rightarrow q = 9 \quad (0/5) \quad \text{(الف)}$$

(ب) رسم یکی از گراف‌های زیر کافی است. (0/5)



17	فرض کنیم G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G باشد. در این صورت داریم: $\sum_{v \in V(G)} \deg(v) = \sum_{v \in A} \deg(v) + \sum_{v \in B} \deg(v)$ (0/25). از طرفی $\sum_{v \in V(G)} \deg(v) = 2q$ و $\sum_{v \in B} \deg(v) = 2k$ زوج‌اند. (0/25) لذا $\sum_{v \in A} \deg(v) = 2q - 2k$ باید زوج باشد. (0/25) می‌دانیم تعدادی زوج عدد فرد، حاصل زوج را تولید می‌کنند بنابراین تعداد اعضای A باید زوج باشد. (0/25) (صفحه 40)	1
----	---	---

18	(الف) $4! \times 3!$ (0/5) (ب) $4! \times 4!$ (0/5)	1
----	---	---

(مشابه مثال صفحه 57)

19	تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این کار معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از مجموعه 4 عضوی به مجموعه‌ای 8 عضوی (0/25)، یعنی: $(8)_4 = \frac{8!}{4!} = 1680$ (0/25). (مثال پایین صفحه 78)	1
----	--	---

20	(مشابه کار در کلاس صفحه 76)	1
----	-----------------------------	---

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 100, n = 6k\} \Rightarrow |A| = \left\lfloor \frac{100}{6} \right\rfloor = 16 \quad (0/25)$$

$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 100, n = 10k\} \Rightarrow |B| = \left\lfloor \frac{100}{10} \right\rfloor = 10 \quad (0/25)$$

$$A \cap B = \{n \mid 1 \leq n \leq 100, n = 30k\} \Rightarrow |A \cap B| = \left\lfloor \frac{100}{30} \right\rfloor = 3 \quad (0/25) \Rightarrow |A \cup B| = 16 + 10 - 3 = 23 \quad (0/25)$$

ادامه پاسخ‌ها در صفحه سوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح	مدت امتحان: 120 دقیقه																																																											
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: 1399/04/08																																																												
دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>																																																												
ردیف	راهنمای تصحیح																																																													
21	در این مسأله $k + 1 = 7 \Rightarrow k = 6$ و تعداد لانه ها 12 است (0/25). پس تعداد کبوترها یا معادل با آن تعداد دانش آموزان حداقل می‌بایست $kn + 1 = 6 \times 12 + 1 = 73$ باشد. (0/5)																																																													
22	<p>برای برنامه‌ریزی دو مربع لاتین متعامد در نظر بگیریم. مربع <math>A</math> مربوط به ماشین‌ها و مربع <math>B</math> مشخص کننده الیاف است. (سوال 14 صفحه 72)</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>W_1</math></td> <td style="text-align: center;"><math>W_2</math></td> <td style="text-align: center;"><math>W_3</math></td> <td></td> <td style="text-align: center;"><math>W_1</math></td> <td style="text-align: center;"><math>W_2</math></td> <td style="text-align: center;"><math>W_3</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td>روز اول</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td> <td rowspan="3" style="vertical-align: middle; padding: 0 10px;">= A</td> <td>روز اول</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td> <td rowspan="3" style="vertical-align: middle; padding: 0 10px;">= B <math>\Rightarrow</math></td> <td>روز اول</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">12</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">31</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">23</td> </tr> <tr> <td>روز دوم</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td>روز دوم</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td>روز دوم</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">33</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">22</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">11</td> </tr> <tr> <td>روز سوم</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td> <td>روز سوم</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td> <td>روز سوم</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">21</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">13</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">32</td> </tr> <tr> <td></td> <td colspan="3" style="text-align: center;">(0/25)</td> <td></td> <td colspan="3" style="text-align: center;">(0/5)</td> <td></td> <td colspan="3" style="text-align: center;">(0/25)</td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">عدد سمت چپ هر درآیه نشان دهنده ماشین و عدد سمت راست آن مشخص کننده نوع الیاف است.</p>			$W_1$	$W_2$	$W_3$		$W_1$	$W_2$	$W_3$		روز اول	1	3	2	= A	روز اول	2	1	3	= B $\Rightarrow$	روز اول	12	31	23	روز دوم	3	2	1	روز دوم	3	2	1	روز دوم	33	22	11	روز سوم	2	1	3	روز سوم	1	3	2	روز سوم	21	13	32		(0/25)				(0/5)				(0/25)			
$W_1$	$W_2$	$W_3$		$W_1$	$W_2$	$W_3$																																																								
روز اول	1	3	2	= A	روز اول	2	1	3	= B $\Rightarrow$	روز اول	12	31	23																																																	
روز دوم	3	2	1		روز دوم	3	2	1		روز دوم	33	22	11																																																	
روز سوم	2	1	3		روز سوم	1	3	2		روز سوم	21	13	32																																																	
	(0/25)				(0/5)				(0/25)																																																					
20	جمع نمره																																																													

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل‌های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			


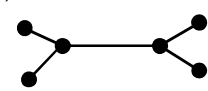
ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است. ب) هیچ عدد صحیحی مانند $x$ و $y$ وجود ندارند که رابطه $x^2 + y^2 = (x + y)^2$ برقرار باشد.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید. الف) $a$ و $b$ اعدادی صحیح و $a$ مخالف صفر است. اگر $a   b$ آن گاه عدد ..... شمارنده عدد ..... است. ب) $m$ عددی صحیح است. حاصل $(2m, 6m^3)$ برابر با ..... است.	۰/۷۵
۳	به روش بازگشتی ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچک تر یا مساوی نصف مجموع مربعات آن ها است.	۱/۲۵
۴	ثابت کنید اگر $p \geq 5$ عددی اول باشد، آن گاه به یکی از دو صورت $p = 4k + 1$ یا $p = 4k + 3$ نوشته می شود.	۰/۷۵
۵	باقی مانده تقسیم عدد $A = (1000)^{25} \times 9 + 11$ را بر ۷ بیابید.	۰/۷۵
۶	معادله $x \equiv 1 \pmod{7}$ را حل کنید.	۱
۷	گراف $G$ که به صورت مقابل است را در نظر بگیرید. الف) $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید. ب) بزرگ ترین درجه در گراف $\bar{G}$ مربوط به کدام رأس و چند است؟ پ) دوری به طول ۵ برای رأس $a$ بنویسید. ت) آیا گراف $G$ همبند است؟	۲
		
۸	تفاوت بین مجموعه احاطه گر مینیمال و مینیمم چیست؟ توضیح دهید.	۱
۹	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱
		
۱۰	عدد احاطه گری گراف شکل زیر را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
		
۱۱	الف) یک گراف ۶ رأسی که $\gamma$ - مجموعه آن با اندازه یک باشد، رسم کنید. ب) یک گراف ۶ رأسی که $\gamma$ - مجموعه آن با اندازه دو باشد، رسم کنید.	۱/۵
۱۲	کوتاه پاسخ دهید. می خواهیم با حروف «ب» و «ج» و ارقام ۱،۲،۴،۵،۶،۸، رمزی شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم. مطلوب است: الف) تعداد رمزهایی که هر یک از آن ها با یک حرف آغاز و حرف دیگر خاتمه یابد. ب) تعداد رمزهایی که در آن ها حروف کنار هم باشند.	۱

« بقیه سؤالات در صفحه دوم »

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
نمره			
۱۳	به چند طریق می توان از بین ۶ نوع گل ۱۲ شاخه گل انتخاب کرد اگر بخواهیم: از گل نوع اول حداقل یک شاخه، از گل نوع چهارم بیش از ۳ شاخه و از گل نوع ششم فقط یک شاخه انتخاب کنیم.	۲	
۱۴	مربع لاتین $A$ را در نظر بگیرید. ابتدا سطر اول و سطر دوم مربع $A$ را جابه‌جا کنید. سپس در مربع حاصل ستون دوم و سوم را جابه‌جا کنید و مربع حاصل را $B$ نام‌گذاری کنید. متعامد بودن دو مربع لاتین $A$ و $B$ را بررسی کنید.	۱/۵	
		$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	
۱۵	در یک کلاس ۳۴ نفری، ۱۵ نفر فوتبال، ۱۱ نفر والیبال و ۹ نفر بسکتبال بازی می‌کنند. اگر بدانیم ۳ نفر هم فوتبال، هم والیبال و هم بسکتبال بازی می‌کنند و ۵ نفر فوتبال و والیبال، ۶ نفر والیبال و بسکتبال و ۳ نفر فوتبال و بسکتبال بازی می‌کنند. مشخص کنید چند نفر فقط در یک رشته بازی می‌کنند؟	۱/۷۵	
۱۶	الف) به چند طریق می توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداقل یک کلاه داده شود؟ ب) به چند طریق می توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداکثر یک کلاه داده شود؟	۱	
۱۷	۵۴ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟	۰/۷۵	
	"موفق باشید"	جمع نمره	۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (سوال ۱۵ صفحه ۱۷) (ب) نادرست (۰/۲۵) (سوال ۴ صفحه ۸)	۰/۵
۲	الف) عدد $a$ شمارنده عدد $b$ است. (۰/۵) (مفهوم عاد کردن صفحه ۹) (ب) $2m$ (۰/۲۵) (ب سوال ۱۶ صفحه ۱۷)	۰/۷۵
۳	$xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow 2xy \leq x^2 + y^2$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) گزاره همواره درست (۰/۲۵) (مشابه الف سوال ۱ صفحه ۸)	۱/۲۵
۴	$p = 4k$ (۱) , $p = 4k + 1$ (۲) , $p = 4k + 2 = 2(2k + 1)$ (۳) , $p = 4k + 3$ (۴) (۰/۲۵) در حالت (۱) و (۳) ، $p$ عددی زوج است که با اول بودن آن تناقض دارد. (۰/۲۵) بنابراین اعداد اول به فرم (۲) یا (۴) خواهند بود. (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)	۰/۷۵
۵	$1000 \equiv -1 \pmod{25} \Rightarrow \underbrace{(1000)^{25} \times 9 + 11}_{(0/25)} \equiv (-1)^{25} \times 9 + 11 \equiv 2 \pmod{25} \Rightarrow r = 2$ (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۲۱)	۰/۷۵
۶	$7x \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 7x \equiv 4 \times 5 + 1 \pmod{4} \Rightarrow 7x \equiv 21 \pmod{4} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow x = 4k + 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 4k + 3$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۱۴ صفحه ۳۰)	۱
۷	الف) $N_G(c) = \{a, e, d\}$ (۰/۷۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶) (ب) رأس $f$ و $5$ (۰/۵) (مکمل گراف صفحه ۳۷) پ) $abecda$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸) (ت) خیر (۰/۲۵) (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹)	۲
۸	مجموعه احاطه‌گر مینیمم مجموعه احاطه‌گری است که کمترین تعداد عضو را دارد ولی مجموعه احاطه‌گر مینیمال مجموعه احاطه‌گری است که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه‌گر نیست و می‌تواند از مجموعه احاطه‌گر مینیمم بیشتر عضو داشته باشد. هر مورد (۰/۲۵) (تعاریف صفحات ۴۴ و ۴۶)	۱
۹	$D = \{a, c, i, d\}$ (۱) (در صورتی که مجموعه های مشابه که ویژگی مسأله را داشت، نوشتند، نمره داده شود. (سوال ۴ صفحه ۴۶))	۱
۱۰	طبق قضیه داریم $\gamma(G) = 2 \leq \left\lfloor \frac{10}{4+1} \right\rfloor$ (۰/۵) از طرفی مجموعه $D = \{e, j\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. (۰/۵) لذا $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵) . بنابراین $\gamma(G) = 2$ (ب سوال ۳ صفحه ۵۲)	۱/۵
۱۱	الف)  (۰/۷۵) (ب)  (۰/۷۵) (سوال ۸ صفحه ۵۳)	۱/۵
۱۲	الف) $6! \times 2!$ (۰/۵) (ب) $2! \times 7!$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۵۶)	۱
۱۳	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$ , $x_1 \geq 1$ , $x_2 > 3$ , $x_6 = 1$ (۰/۵) $y_1 = x_1 - 1$ , $y_1 \geq 0$ (۰/۲۵) , $y_2 = x_2 - 4$ , $y_2 \geq 0$ (۰/۲۵) $y_1 + 1 + x_2 + x_3 + y_2 + 4 + x_5 + 1 = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 + y_2 + x_5 = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \mathcal{C} = \binom{10}{4}$ (۰/۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۷۱)	۲

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۱۴	$\begin{array}{ c c c } \hline ۱ & ۲ & ۳ \\ \hline ۲ & ۳ & ۱ \\ \hline ۳ & ۱ & ۲ \\ \hline \end{array} \Rightarrow B = \begin{array}{ c c c } \hline ۱ & ۳ & ۲ \\ \hline ۲ & ۱ & ۳ \\ \hline ۳ & ۲ & ۱ \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{ c c c } \hline ۲۱ & ۳۳ & ۱۲ \\ \hline ۱۲ & ۲۱ & ۳۳ \\ \hline ۳۳ & ۱۲ & ۲۱ \\ \hline \end{array}$ <p>(۰/۲۵)                      (۰/۲۵)                      (۰/۵)</p> <p>متعامد نیستند. زیرا در مربع آخر عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۵)</p> <p>(مشابه سوال ۱۳ صفحه ۷۲)</p>						۱/۵
۱۵	$ F  = ۱۵,  V  = ۱۱,  B  = ۹,  F \cap V  = ۵,  B \cap V  = ۶,  F \cap B  = ۳$ $ F \cap B \cap V  = ۳$ <p>فقط فوتبال بازی کنند. <math>=  F  -  F \cap V  -  F \cap B  +  F \cap B \cap V  = ۱۵ - ۵ - ۳ + ۳ = ۱۰</math> (۰/۵)</p> <p>فقط والیبال بازی کنند. <math>=  V  -  F \cap V  -  V \cap B  +  F \cap B \cap V  = ۱۱ - ۵ - ۶ + ۳ = ۳</math> (۰/۵)</p> <p>فقط بسکتبال بازی کنند. <math>=  B  -  F \cap B  -  V \cap B  +  F \cap B \cap V  = ۹ - ۳ - ۶ + ۳ = ۳</math> (۰/۵)</p> $\Rightarrow ج = ۱۰ + ۳ + ۳ = ۱۶$ (۰/۲۵) <p>(ت سوال ۳ صفحه ۸۳)</p>						۱/۷۵
۱۶	<p>الف) <math>۳^۴ - (۳ \times ۲^۴ - ۳) = ۳۶</math> (۰/۵) (مثال صفحه ۷۷)</p> <p>ب) <math>\frac{۸!}{۴!} = ۱۶۸۰</math> (۰/۵) (مثال صفحه ۷۸)</p>						۱
۱۷	$k + 1 = ۵ \Rightarrow k = ۴$ (۰/۲۵), $kn + 1 = ۵۴ \Rightarrow ۴n = ۵۳$ (۰/۲۵), $n = \left[ \frac{۵۳}{۴} \right] = ۱۳$ (۰/۲۵) <p>(سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۸۲)</p>						۰/۷۵
جمع نمره		۲۰					

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

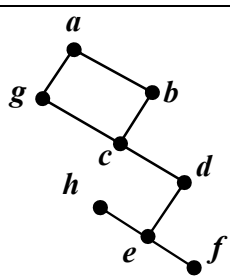
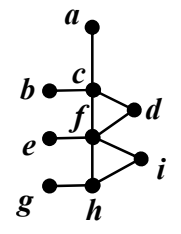
سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

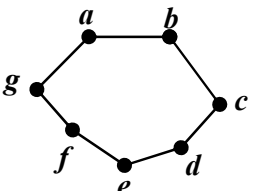
۱	<p>درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>a b</math> و <math>a \neq 0</math>، در این صورت <math> a  &gt;  b </math>.</p> <p>ب) برای دو عدد صحیح و ناصفر <math>a</math> و <math>b</math> اگر <math>(a c, b c)</math> و <math>(\forall m &gt; 0, a m, b m \Rightarrow c \leq m)</math> آن گاه <math>[a, b] = c</math>.</p> <p>پ) برای هر دو عدد صحیح <math>a</math> و <math>b</math> و عدد طبیعی <math>m</math>، اگر باقی مانده تقسیم <math>a</math> بر <math>m</math> مساوی <math>r</math> باشد، در این صورت <math>a \equiv r^m</math>.</p> <p>ت) بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۴ و ۲ برابر ۲- است.</p>	۱
۲	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی زوج $n$ ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.	۱
۳	اگر عددی مانند $k$ در $Z$ باشد، به طوری که $5   4k + 1$ ، ثابت کنید $25   16k^2 + 28k + 6$ .	۰/۷۵
۴	باقی مانده تقسیم عدد $A = 27^{20} + 18$ را بر ۱۳ بیابید.	۱
۵	اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۱۲ بهمن در همان سال چه روزی است؟	۱/۲۵
۶	<p>جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر درجه یک رأس فرد باشد، آن را رأس ..... می نامیم.</p> <p>ب) گرافی را که تمام رئوس آن تنها باشد، هیچ یالی نداشته باشد، گراف ..... می نامیم.</p> <p>پ) تعداد یال های گراف <math>K_4</math>، برابر با ..... است.</p> <p>ت) گراف <math>G</math> را ..... می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.</p>	۱
۷	<p>به سؤالات زیر کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>الف) گراف <math>C_7</math> را رسم کنید. سپس یک مسیر به طول ۵ بنویسید.</p> <p>ب) در گراف شکل زیر، <math>N_G(c)</math> را با اعضا مشخص کنید.</p>	۱
		
۸	<p>الف) مجموعه احاطه گر مینیمال را تعریف کنید.</p> <p>ب) برای گراف شکل روبه رو، یک مجموعه احاطه گر با ۴ عضو انتخاب کنید.</p>	۱/۲۵
		

ادامه سؤالات در صفحه دوم

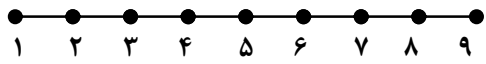
سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
۹	عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۲۵
		
۱۰	ابتدا گراف $P_4$ را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم از آن را مشخص کنید.	۱
۱۱	گراف شکل مقابل را در نظر بگیرید. الف) یک $\gamma$ - مجموعه مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.	۱/۵
		
۱۲	۶ کتاب متفاوت تاریخ و ۵ کتاب متفاوت ادبیات را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم چید به طوری که: الف) کتاب‌های تاریخ همواره کنار هم باشند. ب) به صورت یک در میان قرار بگیرند.	۱
۱۳	با ارقام ۱، ۱، ۱، ۳، ۳، ۵، ۶، ۷، ۹ چند عدد ۹ رقمی می‌توان نوشت؟	۱
۱۴	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_3 = 4$ و $x_5 > 2$ باشد؟	۱/۵
۱۵	الف) مربع لاتین $A$ را در نظر بگیرید. با اعمال جایگشت ۱ → ۳ ۲ → ۲ ۳ → ۴ ۴ → ۱ مربع لاتین $B$ را به دست آورید. ب) آیا دو مربع لاتین $A$ و $B$ متعامدند؟ دلیل بیاورید.	۲
	$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	
۱۶	به چند طریق می‌توان ۵ سیب را بین ۳ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل یک سیب داشته باشد؟	۱/۲۵
۱۷	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش‌آموز مشغول تحصیل باشند، لاقلاً ۷ نفر از آن‌ها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰



راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه															
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸																	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																	
ردیف	راهنمای تصحیح																				
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (ویژگی ۴ صفحه ۱۱) (ب) درست (۰/۲۵) (تعریف ک.م.م. صفحه ۱۳) پ) درست (۰/۲۵) (تذکر مهم صفحه ۲۱) (ت) نادرست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۱۳)																				
۲	(مثال صفحه ۴) $n = 2k \Rightarrow n^2 - 5n + 7 = \underbrace{4k^2 - 10k + 6 + 1}_{(0/5)} = \underbrace{2(2k^2 - 5k + 3) + 1}_{(0/25)} = \underbrace{2q + 1}_{(0/25)}$																				
۳	(سوال ۴ صفحه ۱۶) $\begin{aligned} 5 4k+1 &\Rightarrow 25 16k^2 + 8k + 1 \quad (0/25) \quad \xrightarrow{+} \quad 25 16k^2 + 28k + 6 \quad (0/25) \\ 5 4k+1 &\Rightarrow 25 20k + 5 \quad (0/25) \end{aligned}$																				
۴	۱) (مشابه مثال صفحه ۲۱) $\begin{aligned} 27 = 13 \times 2 + 1 &\Rightarrow 27 \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow (27)^{13} \equiv 1 \pmod{13} \quad (0/25), \quad 18 = 13 \times 1 + 5, \quad 18 \equiv 5 \pmod{13} \quad (0/25) \\ &\Rightarrow (27)^{20} + 18 \equiv 1 + 5 \pmod{13} \Rightarrow r = 6 \quad (0/25) \end{aligned}$																				
۵	۱/۲۵) فاصله امهر تا ۱۲ بهمن برابر است با: ۲۹ روز در مهر ماه و سه ماه آبان، آذر و دی و ۱۲ روز تا ۱۲ بهمن، یعنی $131 = 12 + 3 \times 30 + 29 \quad (0/5) \quad \text{از طرفی } 131 \equiv 5 \pmod{7} \quad (0/25) \quad \text{بنابراین طبق جدول زیر ۱۲ بهمن پنجشنبه است.} \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>ش</td> <td>ی</td> <td>د</td> <td>س</td> <td>چ</td> <td>پ</td> <td>ج</td> </tr> <tr> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>۶</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">(قسمت ۱ فعالیت صفحه ۲۴)</p>							ش	ی	د	س	چ	پ	ج	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
ش	ی	د	س	چ	پ	ج															
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶															
۶	الف) فرد (۰/۲۵) (درجه یک رأس صفحه ۳۵) (ب) تهی (۰/۲۵) (تعریف گراف تهی صفحه ۳۵) پ) ۶ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۴۰) (ت) همبند (۰/۲۵) (تعریف همبندی صفحه ۳۹)																				
۷	الف) رسم گراف (۰/۲۵). (تعریف مسیر و گراف $C_n$ صفحه ۳۸) مسیر: $abcdef$ (۰/۲۵) (به سایر مسیرهای درست، نمره داده شود).  <p style="text-align: right;">(ب) <math>N_G(c) = \{b, d\}</math> (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶)</p>																				
۸	الف) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه گر نباشد را احاطه گر مینیمال می نامیم. (۰/۷۵) (تعریف صفحه ۴۶) ب) $D = \{h, b, i, a\}$ (به سایر مجموعه های احاطه گر صحیح، نمره داده شود). (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۴۵)																				
۹	۱/۲۵) برای احاطه کردن رئوس $a, b, c, d, g$ حداقل دو تا از آن ها باید در مجموعه احاطه گر باشند، زیرا $\left\lfloor \frac{5}{3+1} \right\rfloor = 2 \quad (0/25)$ برای احاطه کردن رئوس $h, f, e$ حداقل یکی از آن ها باید انتخاب شوند، زیرا، $\left\lfloor \frac{3}{3+1} \right\rfloor = 1 \quad (0/25)$ بنابراین حداقل سه رأس باید در هر مجموعه احاطه گری از گراف باشد یعنی $\gamma(G) \geq 3 \quad (0/25)$ از طرفی مجموعه $D = \{a, c, e\}$ یک مجموعه احاطه گر است. لذا $\gamma(G) \leq 3 \quad (0/25)$ بنابراین $\gamma(G) = 3 \quad (0/25)$ (فعالیت صفحه ۵۰)																				

ادامه پاسخها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه																																	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸																																			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>																																			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره																																
۱۰	رسم گراف (۰/۵). تعریف گراف $P_n$ صفحه ۳۸ و مشابه مثال صفحه ۵۱)						۱																																
 $D = \{2, 5, 8\}$																																							
۱۱	الف) $D = \{h, c, e\}$ (۰/۵)      ب) $D = \{g, c, i, e\}$ (۱) (در صورت ارائه مجموعه های مشابه با این ویژگی های نمره داده شود.)						۱/۵																																
۱۲	الف) $6! \times 6!$ (۰/۵)      ب) $6! \times 5!$ (۰/۵)						۱																																
۱۳	$\frac{9!}{3! \times 2!}$ (۱)						۱																																
۱۴	$x_r = 4, x_d \geq 3 \Rightarrow x_d = y_d + 3$ (۰/۵) $x_1 + x_r + 4 + x_f + 3 + y_d + x_e = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x_1 + x_r + x_f + y_d + x_e = 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow C = \binom{9}{4}$ (۰/۵)						۱/۵																																
(تمرین ۹ صفحه ۷۱)																																							
۱۵	<p>الف) (ب)</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۳۴</td><td>۴۱</td><td>۱۳</td><td>۲۲</td></tr> <tr><td>۲۲</td><td>۱۳</td><td>۴۱</td><td>۳۴</td></tr> <tr><td>۱۳</td><td>۲۲</td><td>۳۴</td><td>۴۱</td></tr> <tr><td>۴۱</td><td>۳۴</td><td>۲۲</td><td>۱۳</td></tr> </table> <p style="margin-left: 100px;"><math>B =</math></p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۴</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۴</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table>						۳۴	۴۱	۱۳	۲۲	۲۲	۱۳	۴۱	۳۴	۱۳	۲۲	۳۴	۴۱	۴۱	۳۴	۲۲	۱۳	۴	۱	۳	۲	۲	۳	۱	۴	۳	۲	۴	۱	۱	۴	۲	۳	۲
۳۴	۴۱	۱۳	۲۲																																				
۲۲	۱۳	۴۱	۳۴																																				
۱۳	۲۲	۳۴	۴۱																																				
۴۱	۳۴	۲۲	۱۳																																				
۴	۱	۳	۲																																				
۲	۳	۱	۴																																				
۳	۲	۴	۱																																				
۱	۴	۲	۳																																				
(مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴)																																							
متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالا عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۴)																																							
۱۶	این سوال معادل با پیدا کردن تعداد توابع پوشایی است که از مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی می توان نوشت. $\binom{5}{3} - (\binom{3 \times 3}{3} - \binom{3}{3}) = 243 - 93 = 150$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۷۸)						۱/۲۵																																
۱۷	تعداد کبوترها = ۵۰۵ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = تعداد روزهای هفته $\times$ تعداد ماه های سال. $n = 7 \times 12 = 84$ (۰/۲۵) طبق تعمیم اصل لانه کبوتری: $kn + 1 \xrightarrow{n=84} 505 = k \times 84 + 1 \Rightarrow k = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow k + 1 = 7$ (۰/۲۵) در این صورت لانه ای وجود دارد که لاقل ۷ کبوتر در آن قرار می گیرند. یعنی حداقل ۷ نفر از دانش آموزان روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵)						۱/۲۵																																
(سوال ۹ صفحه ۸۳)																																							
۲۰	جمع نمره						۲۰																																

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

ویژه خرداد ۱۴۰۲



## فیلم تحلیل سوالات امتحانات پایان ترم

برای دیدن فیلم حل نمونه سوالات بزن رو لینک زیر

مشاهده فیلم

تحلیل نمونه سوالات گسسته دوازدهم ریاضی