

ویژه خرداد ۱۴۰۲



فیلم تحلیل سوالات امتحانات پایان ترم

برای دیدن **فیلم حل نمونه سوالات** بزن رو لینک زیر

مشاهده فیلم ها

تحلیل نمونه سوالات ریاضی و آمار دهم انسانی



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری:

نام آزمون: ریاضی و آمار دهم رشته انسانی

تاریخ آزمون:



شرکت توسعه انتشارات

پرش_۱۱

۱ به ازای چه مقداری از k معادله $2x^2 + 5x + k - 2 = 0$ دارای ریشه مضاعف است؟

۲ در یک تولیدی، نوعی لامپ، برای مصارف پزشکی تولید می‌شود. این تولیدی هریک از لامپ‌ها را می‌تواند به قیمت ۲۰۰ تومان بفروشد. اگر در

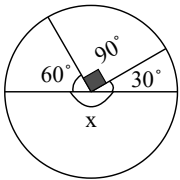
هر روز x واحد لامپ تولید کند و بفروشد و تابع هزینه آن برابر $C(x) = x^2 + 40x + 100$ باشد:
الف) تابع سود روزانه این تولیدی را بنویسید.

ب) چند لامپ در روز تولید کند تا بیشترین سود را داشته باشد؟

پ) بیشترین سود روزانه این کارگاه چقدر است؟

۳ معادله $9x^2 + 24x - 33 = 0$ را به روش تجزیه حل کنید.

۴ اگر فراوانی کوچک‌ترین دسته در نمودار دایره‌ای مقابل برابر ۱۰ باشد، فراوانی بزرگ‌ترین دسته چقدر خواهد بود؟

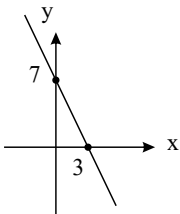


۵ علی یک عدد طبیعی را با مربع خودش جمع کرده است و حاصل برابر ۴۲ شده است. آن عدد کدام است؟

۶ معادلات روبه‌رو را حل کنید.

الف) $x^2 - x + 5 = 0$ ب) $3x(x - 3) = -x^2 - 2$

۷ اگر نمودار $f(x)$ به صورت مقابل باشد، $f(4)$ را محاسبه کنید.



۸ تابع f به هر عددی حقیقی، هفت برابر مکعب آن عدد، به علاوه ۵ را نسبت می‌دهد. با مشخص کردن ضابطه تابع f ، $f(f(-1))$ را محاسبه کنید.

۹ معادله $(x + 2)^2 - 4(x + 2) + 3 = 0$ را حل کنید.

۱۰ اگر طول مستطیلی ۴ برابر عرض آن باشد و محیط آن برابر ۱۲۰ باشد. مساحت مستطیل را بیابید.

۱۱ در مثلثی، اندازه‌ی ضلع بزرگ‌تر از ۲ برابر ضلع کوچک‌تر یک واحد کمتر و اندازه‌ی ضلع متوسط از ۳ برابر ضلع کوچک‌تر پنج واحد کمتر است. اگر محیط مثلث ۱۲ باشد. اندازه‌ی اضلاع مثلث را به دست آورید.

۱۲ یک کشاورز از اول هفته شروع به برداشت محصول می‌کند و مقدار برداشت محصول هر روز ۲ برابر روز گذشته است. اگر فقط در روز سه شنبه ۶۴ کیلوگرم محصول برداشت کند کل محصول که تا پایان هفته برداشت می‌کند چه قدر است؟

۱۳ عددی را بیابید که اگر به چهار برابر آن، ۵ واحد اضافه شود و عدد به دست آمده را بر ۲ تقسیم کنیم، حاصل برابر ۱۰ شود.

۱۴ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) یک رابطه بین دو مجموعه A و B (از مجموعه A به B) یک تابع نامیده می‌شود، هرگاه هر عضو از مجموعه A را از مجموعه B بتوان متناظر کرد.



ب مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب به صورت (x, y) که در آن x متغیر مستقل است، در صورتی تابع است که

پ یک رابطه از مجموعه A به B در نمایش با نمودار پیکانی در صورتی تابع است که

ت اگر نمودار مختصاتی یک رابطه رسم شود در صورتی این رابطه تابع است که

۱۵ جدول زیر میزان رشد دانش‌آموزان را در یک سال نشان می‌دهد؛ نمودار راداری آن را رسم کنید. (بیشینه در هر ماه ۱ است.)

نگار	نگین	مژده	نسیم	نام
۰٫۸	۰٫۹	۰٫۷	۰٫۸	۲ ماه اول
۱	۰٫۶	۰٫۸	۰٫۷	۲ ماه دوم
۰٫۶	۰٫۹	۰٫۹	۰٫۷	۲ ماه سوم
۱	۰٫۵	۰٫۶	۰٫۸	۲ ماه چهارم
۰٫۷	۰٫۸	۰٫۹	۰٫۸	۲ ماه پنجم
۱	۰٫۶	۰٫۵	۰٫۸	۲ ماه ششم

۱۶ نمودار تعداد شیرینی خراب‌شده در هنگام تولید در یک شیرینی‌پزی طبق جدول زیر است. نمودار نقطه‌ای آن را رسم کنید.

روز	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
تعداد	3	2	3	4	3	1	2	4	3	2	4	5	4	3	1	2	0	3	4	4	3	2	1	4	3	2	2	1	3	1

۱۷ اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری، 40° درجه باشد، چند متغیر در نمودار حضور دارد؟

۱۸ کاربرد نمودار راداری در ورزش چیست؟

۱۹ نمودار راداری چه چیزی را به ما می‌گوید؟

۲۰ زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری، چه چیزی را نشان می‌دهد؟

۲۱ مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، متناسب با کدام یک از موارد زیر است؟

الف) شعاع دایره‌ها

ب) محیط دایره‌ها

ج) مساحت دایره‌ها

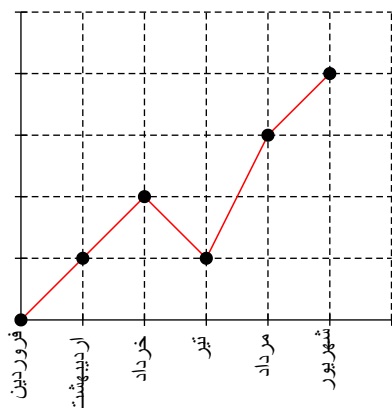
۲۲ نمودارهای میله‌ای افقی، درست شبیه نمودارهای میله‌ای عمودی هستند؛ با این تفاوت که محورهای چرخیده‌اند. نمودارهای میله‌ای عمودی

مرسوم‌تر هستند. به نظر شما رسم نمودارهای میله‌ای افقی چه زمانی مفید است؟

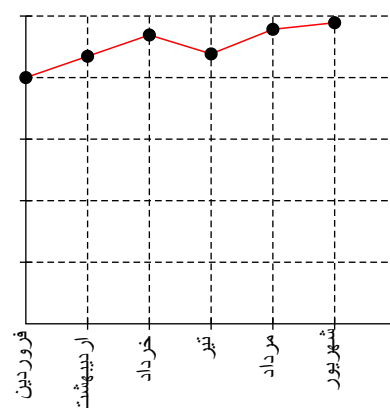
۲۳ سود خالص یک شرکت خدماتی در شش ماه نخست سال بر حسب میلیارد ریال به صورت زیر است:

فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور
۲٫۰	۲٫۱	۲٫۲	۲٫۱	۲٫۳	۲٫۴

خریدار و فروشنده سهام این شرکت، نمودارهای زیر را رسم کرده‌اند. اعداد روی محورهای مشخص کنید:



نمودار از دید فروشنده



نمودار از دید خریدار

به نظر شما کدام یک منطقی‌تر است؟ آیا می‌توانید نموداری بهتر از این دو نمودار رسم کنید؟



۲۴ دو دسته داده زیر، قیمت کلایی را در دو بازار جداگانه برحسب هزار ریال نشان می‌دهد.

بازار الف	۱۰	۱۱	۱۰	۹	۱۲	۱۱	۱۰	۱۲	۹	۱۳	۸
بازار ب	۱۰	۹	۱۱	۱۰	۱۰	۱۱	۹	۱۰	۱۳	۸	۱۰

الف) در کدام دسته پراکندگی بیشتر است؟

ب) دامنه تغییرات را محاسبه کنید.

پ) آیا دامنه تغییرات با پراکندگی مشاهده شده در قسمت «الف» همخوانی دارد؟

ت) ترجیح می‌دهید از کدام بازار خرید کنید؟ چرا؟

ث) اگر داده‌ها را در اختیار نداشته باشید، آیا فقط با داشتن دامنه تغییرات می‌توانید تصمیم‌گیری کنید؟

۲۵ میزان پرداخت حقوق در یک شرکت خصوصی در جدول زیر آمده است:

سمت	مدیر شرکت	معاون	حسابدار	بازاریاب	۲ نفر فروشنده	منشی	مستخدم
حقوق میلیون ریال	۱۰۰	۶۰	۳۰	۲۰	۲۰	۱۲	۸

مدیر شرکت در آگهی دعوت به همکاری در روزنامه اعلام می‌دارد که میانگین پرداخت حقوق در این شرکت بیشتر از ۳۵ میلیون ریال است. آیا این رقم می‌تواند دلیلی برای پرداخت حقوق زیاد در این شرکت باشد؟ چرا؟ کدام یک از معیارهای گرایش به مرکز برای نشان دادن وضع پرداختی کارکنان این شرکت مناسب‌تر است؟

۲۶ مجموعه افراد فامیل درجه اول و درجه دوم خود را بنویسید و آنها را شماره‌گذاری کنید. سپس یک نمونه ۴ تایی از این جامعه انتخاب کنید.

موضوع‌های زیر را برای نظر خواهی از آنان در نظر بگیرید. درباره بهترین روش گردآوری داده‌ها برای این فرضیه‌ها تصمیم بگیرید:

الف) اکثر مردم فکر می‌کنند «حداکثر سرعت در بزرگراه‌ها باید تعیین شود».

ب) آبی، رنگ موردعلاقه بیشتر مردم برای ماشین است.

پ) گوش دادن به موسیقی کلاسیک در زمان مطالعه، به یادگیری کمک می‌کند.

ت) بیشتر تصادفات اتومبیل‌ها را رانندگان با سن کمتر از ۲۵ سال مرتکب می‌شوند.

ث) رژیم گرفتن، باعث کاهش هوش می‌شود.

۲۷ به ازای چه مقدار m معادله $m x^2 - 3x + 2x^2 - 4 = 0$ ریشه حقیقی ندارد؟

۲۸ یکی از ریشه‌های معادله $2x^2 - (5k + 3)x + 2 = 0$ سه واحد از قرینه ریشه دیگر بزرگتر است. k کدام است؟

۲۹ اگر حاصل ضرب ریشه‌های معادله $m x^2 + (m + 2)x - 4 = 0$ برابر -3 باشد، آنگاه مجموع ریشه‌های معادله، کدام است؟

۳۰ در معادله درجه دوم $a x^2 + (2a + 3)x + 6 = 0$ ، جمع ریشه‌ها برابر -3 است. ریشه بزرگتر معادله کدام است؟

۳۱ در معادله درجه دوم $5x^2 + (k + 2)x + k = 0$ ، اگر مجموع دو ریشه حقیقی برابر $\frac{1}{5}$ باشد، ریشه مثبت آن کدام است؟

۳۲ حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دوم $\sqrt{5}x^2 + \sqrt{3}x - 7 = 0$ کدام است؟

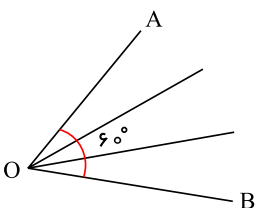
۳۳ معادله درجه دوم $x(3x - 4) = a$ به ازای یک مقدار a ریشه مضاعف دارد، مقدار ریشه مضاعف کدام است؟

۳۴ معادله درجه دومی با ضرایب صحیح که ریشه‌های آن $\frac{2 \pm \sqrt{3}}{5}$ باشند، کدام است؟

۳۵ برای حل معادله درجه دوم $3x^2 - 5x - 1 = 0$ به روش مربع کامل کردن، وقتی ضریب x^2 یک باشد به دو طرف معادله عدد باید

اضافه شود؟

۳۶ شکل روبه‌رو قسمتی از یک نمودار راداری را نشان می‌دهد این نمودار، مقادیر چند متغیر را به صورت هم‌زمان نشان می‌دهد؟ ($\widehat{AOB} = 60^\circ$)



۳۷ چه تعداد از داده‌های یک مجموعه ۱۴ عضوی که همگی متمایز هستند، بین چارک‌های اول و سوم آن قرار دارند؟



۳۸) اگر واریانس داده‌های $a - 1$ و $b + 6$ و $3c$ و 12 برابر صفر باشد، حاصل $a + b + c$ چقدر است؟

۳۹) در یک سری از داده‌های آماری، انحراف داده‌ها از میانگین عبارت هستند از: -6 و -4 و -2 و 0 و 1 و 4 و 5 واریانس و انحراف معیار داده‌ها را به دست آورید.

۴۰) در یک سری از داده‌ها با دامنه تغییرات R همه داده‌ها را 3 برابر کرده و از آنها 5 واحد کم می‌کنیم، دامنه تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

۴۱) مد داده‌های 1 و 2 و 3 و 0.00 و 40 برابر k است، مد داده‌های 4 و 7 و 10 و 0.00 و 121 چقدر است؟

۴۲) برای داده‌های زیر نمودار راداری رسم کنید.

نام درس	نمره درس	نمره پیشینه
ریاضی	۱۷	۲۰
عربی	۱۸	۲۰
فنون ادبی	۲۰	۲۰
تاریخ	۱۹	۲۰
اقتصاد	۱۲	۲۰

۴۳) نمودار نقطه‌ای داده‌های زیر را رسم کنید و میانگین آنها را با تقریب دو رقم اعشار به دست آورید.

۲۹, ۱۳, ۱۱, ۱۱, ۱۴, ۱۳, ۲۵, ۲۸, ۲۸, ۱۴, ۱۲, ۳۰, ۳۰, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۵

۴۴) نوع متغیرهای تصادفی زیر را مشخص کنید.

الف) طول جلبک‌های موجود در دریاچه آوان الموت
ب) مراحل تحصیل دانش‌آموزان در ایران

۴۵) داده‌های زیر را که مربوط به شاخص‌های سلامت است، در قالب یک نمودار راداری نمایش دهید.

متغیر	ایران	پاکستان	ترکیه	پیشینه
x_1 عمر مورد انتظار در بدو تولد (سال)	۷۵٫۵	۶۶٫۴	۷۵٫۸	۸۴
x_2 نسبت متخصصان سلامت (به ازای هر ۱۰ هزار نفر جمعیت)	۲۳	۱۴	۴۱٫۱	۲۴۵
x_3 نسبت ولادت‌ها به وسیله متخصصان سلامت	۹۶	۵۲	۹۷	۱۰۰
x_4 نسبت جمعیت دارای دسترسی به شبکه فاضلاب	۹۰	۶۴	۹۵	۱۰۰
x_5 شاخص آمادگی اجرای مقررات بین‌المللی سلامت	۸۵	۴۳	۷۸	۱۰۰

۴۶) نمودار راداری درباره مشاهده‌ها و داده‌ها چه چیزی به ما می‌گوید؟

۴۷) زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری، چه چیزی را نشان می‌دهد؟

۴۸) سن بازیکنان تیم ملی والیبال یک کشور به شرح زیر است.

۲۷, ۲۴, ۲۶, ۲۶, ۲۹, ۱۹, ۳۱, ۱۸, ۲۳, ۲۲, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۲۳, ۲۹, ۲۵, ۲۵, ۳۳, ۳۱, ۲۱, ۲۶, ۲۵

الف) نمودار نقطه‌ای سن بازیکنان را رسم کنید و مقادیر میانگین، مد و میانه سن بازیکنان این تیم را روی محور افقی نشان دهید.
ب) نمودار جعبه‌ای داده‌ها را رسم کنید.

پ) چه تعداد از بازیکنان سن آنها بین چارک اول و سوم قرار دارد؟

۴۹) اگر $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + |5x|$ باشد، مقدار $f(3\sqrt{7}) + f(\sqrt{5})$ کدام است؟



۵۰) مقیاس متغیرهای زیر را در چهار مقیاس: اسمی، ترتیبی، فاصله‌ای و نسبتی مشخص کنید.

الف) مدت زمان پاسخ‌گویی به سؤالات یک امتحان

ب) زمان اولین کلاس

پ) رشته تحصیلی

ت) مقیاس ارزیابی تحصیلی: ضعیف، معمولی و خوب

ث) نمره آخرین آزمون (از ۱۰۰ امتیاز)

ج) سن دانش‌آموز

۵۱) فرق بین آماره و پارامتر چیست؟

۵۲) فرق بین داده و متغیر چیست؟

۵۳) کدام روش گردآوری داده‌ها برای موارد زیر مناسب است؟

۱- میزان رضایت مشتریان بانک از نحوه برخورد و رسیدگی به درخواست‌های آنها.

۲- سن همه دانش‌آموزان مدرسه برحسب ماه در پایه دهم.

۳- تعداد سرنشینان خودروهای سواری در یکی از محورهای خروجی شهر.

۵۴) اگر $100 = a + 2x$ باشد x و a را طوری بیابید که $y = xa$ ماکسیمم شود.

۵۵) محیط مستطیلی ۲۶ متر است. اگر اندازه یکی از اضلاع آن را با x و مساحت آن را با S نشان دهیم، ابتدا نمودار تابع مساحت را برحسب x رسم کنید. سپس به کمک نمودار مشخص کنید به ازای چه مقداری از x مساحت مستطیل ماکسیمم می‌شود.

۵۶) یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = 3000 + 50x$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۷۰ تومان می‌فروشد.

الف) تابع سود را تعیین و نمودار آن را رسم کنید.

ب) این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

۵۷) رابطه بین درجه دما برحسب سانتی‌گراد و فارنهایت به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ است. دمای یک جسم ۲۰ درجه سانتی‌گراد بالا رفته است.

دمای آن برحسب فارنهایت چقدر افزایش داشته است؟

۵۸) نمودار تابعی خطی را رسم کنید که دامنه آن برابر $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 10\}$ و از نقطه $M \left(\frac{5}{2} \right)$ بگذرد.

۵۹) در تابع خطی f داریم $f(1) = 5$ و $f(2) = 8$ ، مقادیر $f(-3)$ و $f(5)$ را بیابید.

۶۰) تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۴ را نسبت می‌دهد. f کدام تابع است؟ سپس حاصل $f(3)$ را بیابید.

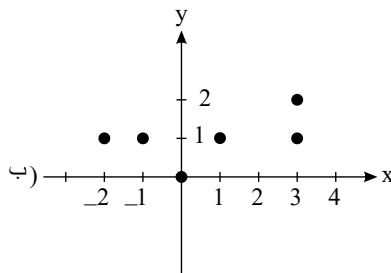
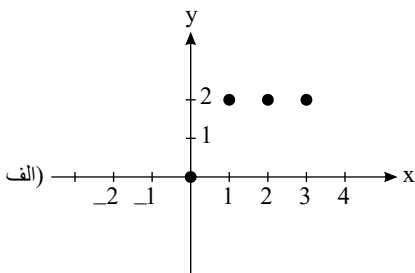
الف) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2(x-4)^3$

ب) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2\sqrt{x-4}$

پ) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2x^3 - 4$

ت) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2\sqrt{x} - 4$

۶۱) رابطه نمودارهای زیر را به صورت زوج مرتب بنویسید. کدام رابطه یک تابع را مشخص می‌کند؟



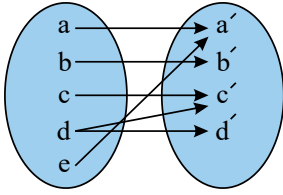
۶۲) در رابطه زیر، در جاهای خالی اعدادی قرار دهید که این رابطه تابع نباشد.

$$f = \{(2, 3), (\dots, 5), (3, \dots), (\dots, \dots)\}$$



۶۳) اگر A مجموعه‌ای ۳ عضوی و B مجموعه‌ای ۲ عضوی فرض شود، سه تابع از مجموعه A به مجموعه B را به کمک نمودار ون تعریف کنید.

۶۴) نمودار پیکانی یک رابطه رسم شده است. با حذف کدام عضو و فلش‌های مرتبط با آن، این رابطه تابع خواهد شد؟



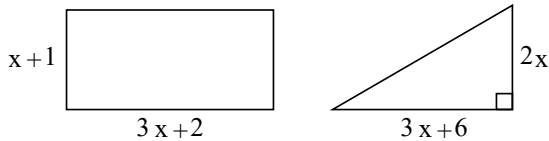
۶۵) به ازای چه مقدار k ، معادله $\frac{4-t}{2-2t} = \frac{3t^2+k}{(t^2+1)^2-68}$ دارای جواب $t = -3$ است.

۶۶) هنگامی که دو چاپگر باهم کار می‌کنند، فیش حقوق کارگران یک کارخانه در ۴ ساعت چاپ می‌شود. اگر چاپگر قدیمی‌تر به تنهایی برای این کار، ۳ ساعت زمان بیشتری نسبت به چاپگر جدیدتر نیاز داشته باشد، در این صورت هر کدام از چاپگرها به تنهایی در چند ساعت این کار را تکمیل می‌کنند؟

۶۷) مجموع معکوس دو عدد زوج طبیعی متوالی برابر $\frac{5}{12}$ است. آن دو عدد را پیدا کنید.

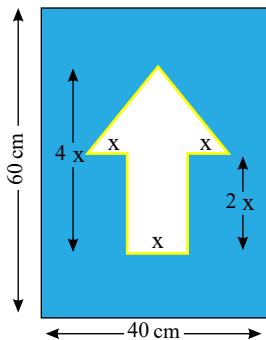
۶۸) به شرط $\Delta > 0$ ، با تعیین ریشه‌های معادله نشان دهید حاصل ضرب ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ دوم برابر $\frac{c}{a}$ است.

۶۹) مساحت مثلث و مستطیل در شکل زیر مساوی‌اند، طول و عرض این مستطیل چقدر است؟



۷۰) معادله $2x^2 - 3x - 5 = 0$ را به روش Δ حل کنید. با محاسبه ریشه‌های x_1 و x_2 حاصل ضرب آنها را به دست آورید.

۷۱) برای ساخت تابلوی راهنمایی «یک‌طرفه»، روی یک پل، مطابق شکل زیر از برجسب‌های آبی و سفید استفاده می‌شود. هزینه 1 cm^2 برجسب سفید ۳۰ تومان و هزینه 1 cm^2 برجسب آبی ۱۰ تومان است. مجموع هزینه برجسب‌های سفید و آبی ۲۷,۰۰۰ تومان شده است. الف) اندازه x چقدر است؟



ب) اگر در این تابلوی راهنمایی، مطابق شکل روبه‌رو علاوه بر چسب سفید و آبی از خطوط برجسب شبرنگ زرد استفاده کنیم که هزینه 1 cm^2 آن ۱۰۰ تومان است، هزینه رنگ‌آمیزی تابلو ۳۴,۸۰۰ تومان می‌شود. در این حالت اندازه x چقدر است؟

۷۲) در معادله $(x-1)^2 = K$:

الف) جواب این معادله را در صورت وجود به ازای $K = 2$ ، $K = 4$ ، $K = 0$ ، $K = -9$ به دست آورید.

ب) به ازای چه مقادیری از K معادله ریشه مضاعف دارد؟

پ) به ازای چه مقادیری از K معادله دو ریشه حقیقی دارد؟

ت) به ازای چه مقادیری از K معادله ریشه حقیقی ندارد؟

۷۳) معادله درجه دومی بنویسید که $x = 2$ و $x = -3$ جواب‌های آن باشد.



۷۴) حروف الفبای فارسی از «الف» تا «ی» را به ترتیب از ۱ تا ۳۲ شماره گذاری کرده ایم. هر حرف بدون نقطه با شماره آن حرف از ۳۲ مشخص می شود. حروف نقطه دار به صورت ax^n مشخص شده اند که در آن a شماره حرف الفبا و n تعداد نقاط حرف مورد نظر است. به عنوان مثال حرف «ح» با عدد ۸ مشخص می شود؛ زیرا هشتمین حرف الفبای فارسی است و حرف «ت» با عبارت $۴x^۲$ مشخص می شود؛ زیرا چهارمین حرف الفباست ($a = ۴$) و دارای دو نقطه است ($n = ۲$).

در این روش برای نوشتن کلمات از علامت جمع به صورت زیر استفاده می کنیم.

مثلاً برای معادل ریاضی کلمه «غنچه»:

$$\begin{array}{cccc} \text{غ} & + & \text{ن} & + & \text{چ} & + & \text{ه} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ ۲۲x & + & ۲۹x & + & ۷x^۳ & + & ۳۱ \end{array}$$

معادل ریاضی
غنچه $\longrightarrow ۲۲x + ۲۹x + ۷x^۳ + ۳۱$

حال با توجه به توضیح فوق:

الف) جدول زیر را کامل کنید:

کلمه به زبان فارسی	الگوی ریاضی مدل آن
آب	
	$۳x^۲ + ۱$
ذرت	

ب) الگوی ریاضی معادل کلمه «پیامبر رحمت» را مشخص کنید.

پ) آیا می توانید با این روش نام خود را با رمز ریاضی بیان کنید؟

ت) با الگوی فوق یک پیام کوتاه برای دوست خود بنویسید.

۷۵) در یک کارخانه، حقوق یک مهندس دو برابر یک فن ورز (تکنسین) و $\frac{۲}{۳}$ مدیر بخش خود است. قسمت تولید این کارخانه ۳ مدیر بخش، ۸ مهندس و ۱۲ فن ورز دارد. مدیرعامل کارخانه برای این قسمت ماهیانه ۵۵٫۵ میلیون تومان پرداخت می کند. حقوق یک فن ورز در این کارخانه ماهیانه چقدر است؟



۷۶) هر کدام از عبارتهای زیر را به یک معادله تبدیل کنید سپس آن را حل کنید.

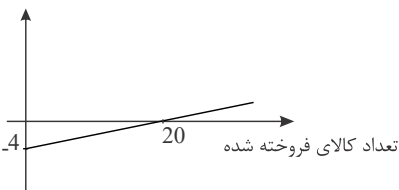
الف) عددی را بیابید که پنج برابر آن به علاوه دو مساوی با سه برابر آن عدد، منهای دو باشد.

ب) مربع عددی برابر با همان عدد به علاوه عدد یک است.

۷۷) اگر $(-۳, -۱)$ و $(-۱, -۱)$ دو نقطه از یک سهمی باشند، معادله خط تقارن سهمی را به دست آورید.

۷۸) نمودار روبه رو سود و زیان یک شرکت را برحسب میلیون تومان نمایش می دهد. برای سودی بیش از ۵ میلیون تومان، این شرکت حداقل چه

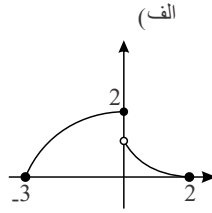
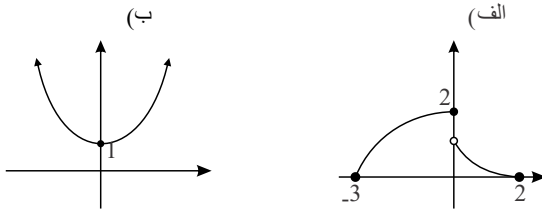
تعداد کالا بفروشد؟



۷۹) تابعی با ضابطه اش را مثال بزنید که بردش زیر مجموعه دامنه آن باشد.



۸۰ در نمودارهای زیر دامنه و برد هر کدام را مشخص کنید.



۸۱ در تابع $f = \{(2, 5), (-1, 1), (5, -1)\}$ حاصل $f(2)$ و $f(f(2))$ و $f(f(f(2)))$ را محاسبه کنید.

۸۲ اگر دو زوج مرتب $(a, 3b - 6)$ و $(2a - 4, 3a)$ نمایش یک نقطه باشند. $2a - b$ کدام است؟

۸۳ به ازای چه مقدار k معادله $\frac{x-2}{5x} = \frac{1}{k} - \frac{4}{15x}$ دارای جواب $x = 4$ است؟

۸۴ معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = 3x\left(1 - \frac{x-1}{x+1}\right)$$

۸۵ ثابت کنید که معادله $(m-1)x^2 - 3mx + 1 - m = 0$ به ازای هر مقداری حقیقی، m دارای دو جواب است.

۸۶ عدد طبیعی که مربع آن به اضافه ۵ برابر آن، مساوی ۸۴ باشد.

۸۷ معادله‌های زیر را به روش مربع کامل حل کنید.

۱) $x^2 - 4x + 3 = 0$

۲) $x^2 + 6x + 5 = 0$

۸۸ مجموع پنج عدد زوج متوالی ۷۰ است، بزرگ‌ترین عدد مسئله چند است؟

۸۹ عددی را بیابید که اگر از ۵ برابر آن، ۳ واحد کم کنیم حاصل برابر ۲۰ شود.

۹۰ معادله‌های زیر را حل کنید.

الف) $-2 - \frac{x}{4} = \frac{1+x}{3}$

ب) $x^2 - 3x - 10 = (x-8)^2$

۹۱ مربع عددی برابر با همان عدد به علاوه عدد دو است آن عدد را پیدا کنید.

۹۲ حاصل جمع دو عدد طبیعی برابر ۴۸ است. هرگاه یکی از این عددها ۱۲ واحد از عدد دیگر بیش تر باشد، آن دو عدد را بیابید.

۹۳ معادله زیر را به روش دلتا حل کنید.

$$7x^2 - 4x - 3 = 0$$

۹۴ معادله درجه دوم $2x^2 + 3x - 5 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنید.

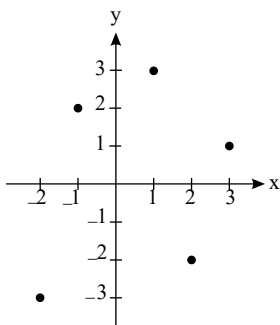
۹۵ معادله‌های زیر را در صورت امکان ساده کنید و جواب آن‌ها را به دست آورید.

الف) $\frac{x-1}{4} + \frac{x+1}{3} = \frac{x+2}{5}$

ب) $3x + 1 = (4x - 3) - (2x - 5)$

۹۶ در نمایش زوج مرتبی یک تابع، هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفه‌های یکسان نیستند.

۹۷ مجموعه برد و دامنه تابع زیر را مشخص کنید.

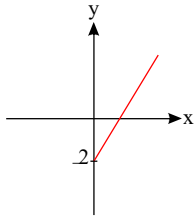




۹۸ الف) در نمودار مختصاتی یک تابع هر خط موازی محور نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.

ب) در نمایش مختصاتی تابع در زوج مرتب (x, y) , x, y, \dots نقطه را مشخص می‌کند.

۹۹ مجموعه دامنه و برد تابع را با مجموعه‌ای به زبان ریاضی نمایش دهید.



۱۰۰ در نمایش پیکانی یک تابع از هر عضو دامنه پیکان خارج می‌شود.

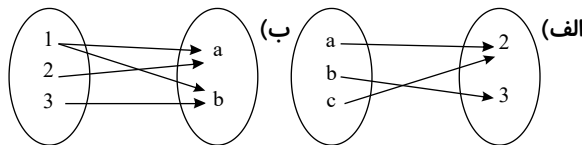
۱۰۱ تابع بودن روابط زیر را بررسی کنید و دلیل خود را توضیح دهید.

الف) رابطه‌ای که به ضلع مربع محیط آن را نسبت می‌دهد.

ب) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، ریشه دوم آن را نسبت می‌دهد.

پ) رابطه‌ای که به هر فرد گروه خونی او را نسبت می‌دهد.

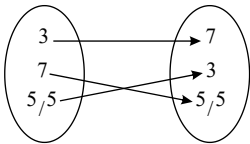
۱۰۲ تابع بودن روابط زیر را بررسی کنید و در هر مورد دلیل خود را توضیح دهید.



۱۰۳ با توجه به نمودار پیکانی زیر جا های خالی را کامل کنید.

$$f(3) = \dots$$

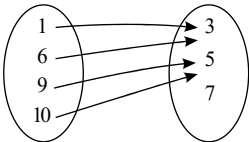
$$f(\dots) = 5, 5$$



۱۰۴ مجموعه دامنه و برد تابع زیر را مشخص کنید.

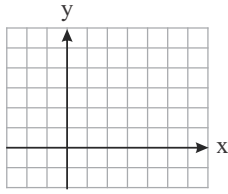
$$f = \{(1, 1), (2, 5), (3, 7), (4, -1)\}$$

۱۰۵ مجموعه برد و دامنه تابع زیر را مشخص کنید.

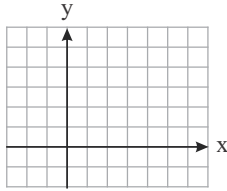




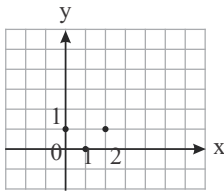
۱۰۶: کامل کنید



$$\text{الف) } \begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = x^2 - 1 \end{cases} \quad D_f = A = \{2, -1, -2\} \quad R_f = \{ \quad , \quad , \quad \}$$



$$\text{ب) } \begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \frac{1}{x} \end{cases} \quad D_f = \{ \quad , \quad , \quad \} \quad R_f = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{5} \right\}$$



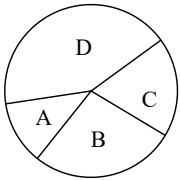
$$\text{ج) } \begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = (x - 1)^2 \end{cases} \quad D_f = \{ \quad , \quad , \quad \} \quad R_f = \{ \quad , \quad \}$$

۱۰۷ آیا اعداد ۲۰، ۱۵۰، ۵۰، ۸۰، ۷۰ برای زوایای مرکزی یک نمودار دایره‌ای می‌توانند باشند؟

۱۰۸ نمودار راداری، برای نمایش داده‌های چند متغیر کمی به طور هم‌زمان به کار می‌رود؟

۱۰۹ اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری 30° باشد، چند متغیر در نمودار حضور دارد؟

۱۱۰ در نمودار دایره‌ای مقابل تعداد افراد در دسته‌های A، B، C و D به ترتیب ۲، ۴ و ۵ برابر تعداد افرادی است که در دسته A قرار دارند. زاویه دسته C چند درجه است؟

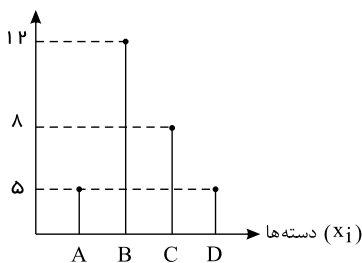


۱۱۱ نمودار جعبه‌ای داده‌های مقابل را رسم کنید.

۲، ۳، ۵، ۵، ۶، ۷، ۸، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱

۱۱۲ با توجه به نمودار میله‌ای مقابل، فراوانی نسبی گروه C چقدر از فراوانی نسبی گروه A بیشتر است؟

فراوانی (f_i)



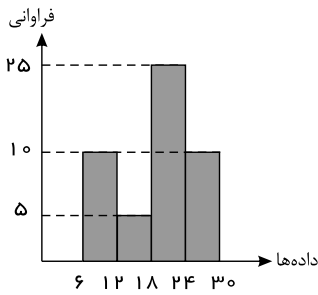
۱۱۳ توزیع رنگ پوست تعدادی از افراد به صورت زیر است. درصد مساحت مربوط به رنگ پوست سفید در نمودار دایره‌ای تقریباً چقدر است؟

رنگ پوست	زرد	سفید	سیاه	سرخ
فراوانی	۲۴	۱۰	۱۳	۱۳

۱۱۴ در المپیک دانش‌آموزی ۱۲۰۰ نفر شرکت کرده‌اند. اگر زاویه مربوط به تعداد شرکت‌کنندگان از یک شهر در نمودار دایره‌ای شهرها 27° باشد، تعداد افراد شرکت‌کننده از این شهر چند نفر است؟



۱۱۵ در نمودار مستطیلی مقابل چند درصد داده کوچک تر مساوی ۱۸ هستند؟



۱۱۶ زاویه مرکزی مربوط به داده‌ای در نمودار دایره‌ای 30° است. اگر فراوانی کل داده‌ها $18x$ باشد، فراوانی متناظر با زاویه داده شده چقدر است؟

۱۱۷ در یک نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی مربوط به دسته‌ای با فراوانی ۱۲ برابر 54° است. فراوانی کل داده‌ها چقدر است؟

۱۱۸ نمودار سهمی روبه‌رو را رسم کنید.

$$y = x^2 - 2x$$

۱۱۹ بیشترین مقدار تفاضل مربع عددی از ۲ برابر خود آن عدد چه قدر است؟

۱۲۰ اگر شیب خطی برابر ۲ باشد و از نقطه $A \left(\frac{2}{3} \right)$ بگذرد، معادله خط را بنویسید.

۱۲۱ اگر $f(x) = x^2 - 2x$ باشد، به ازای چه مقداری از x ، $f(x) = f(x+2)$ است؟

۱۲۲ اگر $f(x) = |x| - \sqrt{5}$ باشد، حاصل $f(2 - \sqrt{5})$ را محاسبه کنید.

۱۲۳ اگر بدانیم $f(x) = |-2x + 7|$ و $g(x) = \sqrt{2 - 2x}$ ، حاصل $\frac{f(3)}{g(-1)}$ را محاسبه کنید.

۱۲۴ اگر برای هر $x \geq 0$ داشته باشیم $f(\sqrt{x}) = 2x + \sqrt{x}$ ، آنگاه حاصل $f(3) + f(1)$ را محاسبه کنید.

۱۲۵ اگر تابع f یک تابع خطی باشد و بدانیم $f(0) = 2$ و $f(f(1)) = 2$ ، معادله خط تابع f را بنویسید.

۱۲۶ دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = \sqrt{x} + 5$ و $g(x) = x + 4$ مفروض‌اند. مقدار $f(g(5))$ را محاسبه کنید.

۱۲۷ مختصات رأس سهمی $y = -(x-2)^2 + 5$ را به دست آورید.

۱۲۸ معادله خطی را بنویسید که از نقطه $A(4, 5)$ گذشته و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع می‌کند.

۱۲۹ جاهای خالی را پر کنید؛

الف) وقتی با مواجه هستیم، معمولاً بازتاب بهتری از داده‌ها می‌دهد تا

ب) آنچه بیشتر مردم «حد وسط» می‌نامند، نزد آمارشناسان به معروف است.

۱۳۰ الف) داده‌ها با مقیاس اسمی، کمی هستند یا کیفی؟ ب) داده‌ها با مقیاس فاصله‌ای کمی هستند یا کیفی؟

۱۳۱ واریانس داده‌های کمتر از میانه در داده‌های ۱۶، ۱۵، ۱۳، ۱۱، ۱۱، ۷، ۵، ۳، ۱ چقدر است؟

۱۳۲ در یک مجموعه از داده‌های آماری می‌دانیم میانگین برابر ۱۴ و انحراف معیار برابر ۳ است. مشخص کنید 95% داده‌ها در چه بازه‌ای قرار دارند؟

۱۳۳ دامنه تغییرات داده‌های ۱، ۳، ۱، ۳، ۱۴، ۱۸، ۴۱، ۸، ۱۴، ۱۸، ۳، ۱، ۳، ۱۴، ۱۸ را به دست آورید.

۱۳۴ در داده‌های ۱، ۳، ۲، ۷، ۸، ۵، ۸، ۵، ۵، ۱ اختلاف میانگین و مُد چقدر است؟

۱۳۵ میانگین داده‌های $2 - 5x_1, 2 - 5x_2, \dots, 2 - 5x_n$ برابر ۸ است. میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n را به دست آورید.

۱۳۶ در داده‌های ۱۱، ۱۰، ۹، x ، ۷، ۷، ۴، ۱، میانه برابر ۸ است. مقدار x را بیابید. (داده‌ها به ترتیب کوچک به بزرگ مرتب شده‌اند.)

۱۳۷ اگر میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر ۳- باشد، میانگین داده‌های $2 + 4x_1, 2 + 4x_2, \dots, 2 + 4x_n$ چقدر است؟

۱۳۸ میانه داده‌های روبه‌رو را به دست آورید. ۱، ۳، ۵، ۸، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۳، ۱۷، ۱۸



۱۳۹) نمرات روبه‌رو، مربوط به امتحان ریاضی یک کلاس است. میانۀ این نمرات را محاسبه کنید.

۱۴، ۱۵، ۱۳، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۱۵، ۱۴، ۱۲، ۱۷، ۲۰

۱۴۰) میانگین ۱۰ داده آماری برابر ۵ است. اگر داده‌های ۶ و ۴ را کنار بگذاریم، میانگین جدید را محاسبه کنید.

۱۴۱) میانگین سه عدد a و ۷ و ۳ برابر ۵ است. میانگین سه عدد $a + ۲$ و ۸ و ۶ را محاسبه کنید.

۱۴۲) میانگین سه عدد $۲ - ۲x$ ، $۸ - x$ ، $۲x$ برابر ۵ است. x را محاسبه کنید.

۱۴۳) در داده‌های مقابل مقدار مُد کدام است؟

x_i	۴	۵	۶	۷
f_i	۹	۱۱	۷	۱۴

۱۴۴) رابطه دما برحسب سانتی‌گراد (C) و فارنهایت (F) به صورت $F = \frac{9}{5}C + ۳۲$ است. اگر دمای یک جسم ۴۰ درجه سانتی‌گراد بالا رود دمای آن برحسب فارنهایت چه قدر افزایش می‌یابد؟

۱۴۵) اگر بخواهیم تمامی اتاق‌های یک شرکت را شماره‌گذاری کنیم از چه نوع متغیری و با چه مقیاسی استفاده کرده‌ایم؟

۱۴۶) در یک بررسی از ۳۰ نفر از دانش‌آموزان مدرسه‌ای ۱۰۰ نفری، رشته مورد علاقه‌شان را پرسیده‌ایم. در این بررسی سرشماری کرده‌ایم یا نمونه‌گیری؟

۱۴۷) آمارگری می‌گوید «می‌خواهم فردا ساعت ۸ صبح در اتوبان همت مدل خودروهای عبوری را بررسی کنم». متغیر تصادفی چیست؟

۱۴۸) نوع آلاینده‌های موجود در هوا چه نوع متغیری و با چه مقیاسی است؟

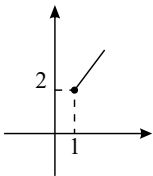
۱۴۹) مقدار آلودگی هوای محیط چه نوع متغیری و با چه مقیاسی است؟

۱۵۰) به‌ازای چه مقداری از k شیب خطی که از دو نقطه $A(k + ۲, ۳k - ۲)$ و $B(۳k - ۲, k + ۵)$ می‌گذرد برابر $\frac{1}{۳}$ است؟

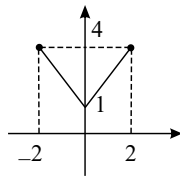
۱۵۱) مقادیر m و n را به‌گونه‌ای مشخص کنید که در تابع $f(x) = mx + n$ داشته باشیم: $f(۲) = ۷$ و $f(۱) = ۴$

۱۵۲) معادله خطی بنویسید که از نقاط $A(۳, ۵)$ و $B(۱, ۹)$ بگذرد.

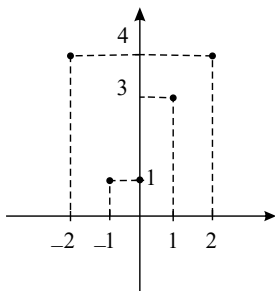
۱۵۳) دامنه و برد توابع زیر را مشخص کنید.



ب)



الف)



۱۵۴) دامنه و برد تابع روبه‌رو را مشخص کنید.

۱۵۵) در تابع $f(x) = ax^2 + bx + ۳$ می‌دانیم $f(۱) = ۰$ و $f(۲) = ۱$ ، مقادیر a و b را بیابید.

۱۵۶) برای هریک از توابع زیر یک ضابطه مناسب بنویسید.

الف) $f = \{(1, ۹), (۲, ۱۴), (۳, ۱۹), (۴, ۲۴)\}$ ب) $g = \{(-۲, ۱), (-۱, ۰), (۰, ۱), (۱, ۲)\}$

۱۵۷) مقدار k را به‌نحوی بیابید که $(-۱, ۱)$ عضوی از تابع $f(x) = ۳x^2 + kx + ۳$ باشد.

۱۵۸) اگر $f(x) = |x + ۲|$ و $g(x) = ۲x$ حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $f(۲) + g(۲)$ ب) $f(g(۳))$ ج) $g(f(۰))$



۱۵۹ اگر برد تابع $f(x) = 2x^2 + 1$ برابر $\{1, 9\}$ باشد، همه مقادیر ممکن در دامنه تابع را مشخص کنید.

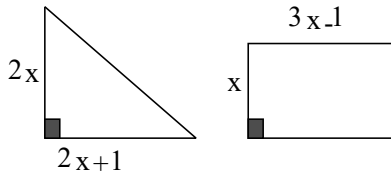
۱۶۰ تابع f به صورت $\begin{cases} f: A \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 + 5 \end{cases}$ تعریف شده است. برد تابع f را به دست آورید در صورتی که $A = \{-2, 0, \sqrt{5}\}$ باشد.

۱۶۱ رابطه $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, |x| + |y| = 1\}$ را به صورت نمودار ون نشان دهید. آیا تابع است؟

۱۶۲ به ازای چه مقداری از k معادله $\frac{2t+1}{3t-1} = \frac{t^2+k}{5t+1}$ جواب $t = 3$ را دارا است؟

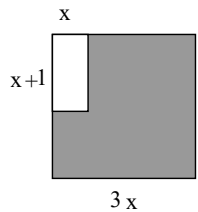
۱۶۳ گلدانی از جنس نقره و مس داریم که نسبت وزن نقره‌ی خالص به وزن مس خالص آن برابر ۸ است استاد قلم‌کار آن را ذوب کرده و ۱۰۰

گرم مس به آن اضافه کرده و گلدان جدیدی می‌سازد. اگر $\frac{4}{5}$ وزن گلدان جدید نقره باشد، این گلدان قبل ذوب شدن چه وزنی داشته است؟



۱۶۴ اگر مساحت دو شکل روبه‌رو برابر باشد، مقدار x را محاسبه کنید.

۱۶۵ به ازای چه مقداری از m مجموع ریشه‌های معادله $(m+3)x^2 - 6x - 1 = 0$ برابر ۲ می‌شود؟



۱۶۶ اگر شکل روبه‌رو مربع باشد و مساحت قسمت هاشورخورده ۳۰ باشد، مقدار x را محاسبه کنید.

۱۶۷ ثابت کنید معادله $2x^2 - ax - 5 = 0$ همواره دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز است.

۱۶۸ معادله‌ی روبه‌رو را حل کنید. $x^3 + x^2 - 15x - 15 = 0$

۱۶۹ در صورتی که بدانیم یک ترازوی دو کفه‌ای در تعادل است و در یک کفه یک وزنه‌ی ۱۰ کیلوگرمی و در کفه‌ی دیگر سه وزنه‌ی هم‌وزن و یک

وزنه‌ی ۱ کیلوگرمی قرار داشته باشد وزن هر کدام از آن سه وزنه چه مقداری است؟

۱۷۰ عددی را بیابید که دو برابر آن به اضافه‌ی ۵ با سه برابر آن، منهای ۲ برابر باشد.

۱۷۱ در معادله‌ی $x^2 - 6x + m = 0$ چنانچه یکی از ریشه‌ها ۲ واحد از ریشه‌ی دیگر بزرگ‌تر باشد، مقدار m را بیابید.

۱۷۲ در صورتی که $m \neq 0$ باشد، مقداری از m را بیابید که به ازای آن معادله‌ی درجه‌ی دوم $mx^2 - 2x + m - 2 = 0$ فقط یک ریشه داشته

باشد.

۱۷۳ مجموع مربعات دو عدد طبیعی متوالی ۴۱ است. مجموع این دو عدد را حساب کنید.

۱۷۴ حاصل جمع معکوس دو عدد فرد متوالی $\frac{8}{15}$ است. آن دو عدد کدامند؟

۱۷۵ اگر هزینه ثابت یک کارخانه برابر ۴۰۰۰ تومان باشد و هزینه تولید هر کالا ۲۰۰ تومان باشد؛

الف) تابع هزینه این کارخانه را بنویسید. ب) هزینه تولید چند کالا برابر ۱۴۰۰۰ تومان می‌شود؟

۱۷۶ معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن ۱ و ۲ باشد. آیا این معادله منحصر به فرد است؟

۱۷۷ اگر t_1 و t_2 ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2 - 3x - 4 = 0$ باشند، حاصل عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

$$\text{الف) } t_1^2 t_2 + t_1 t_2^2 \quad \text{ب) } \frac{t_1}{t_2} + \frac{t_2}{t_1}$$

۱۷۸ مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $5x^2 - 10x - 7 = 0$ را بدست آورید.

۱۷۹ در معادله‌ی درجه‌ی دوم $(m+1)x^2 + (2m+1)x + (m+1) = 0$ ، m را به نحوی بیابید که:

الف) دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز باشد. ب) ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد.

ج) ریشه‌ی مضاعف داشته باشد.



الف

$$2x^2 - 8 = 0$$

ب

$$(x + 2)(x - 3) = x - 3$$

پ

$$x^4 - 2x^2 = 0$$

ت

$$x^2 = x - \frac{1}{4}$$

ث

$$2x^2 - 8x = 0$$

ج

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

چ

$$\frac{x^2}{3} = x$$

ح

$$x^2 = 5 - x^2$$

خ

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

د

$$9x^2 + 3x - 2 = 0$$

ذ

$$(x - 3)^2 = 4$$

الف

$$x^2 - x = 0$$

ب

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

پ

$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

ت

$$x^2 + 17x - 18 = 0$$

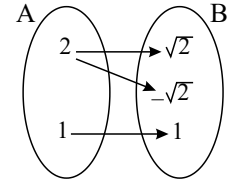
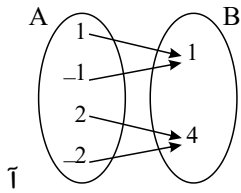
ث

$$3x^2 - x + 4 = 0$$

ج

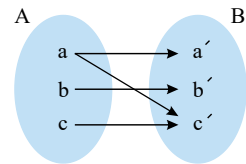
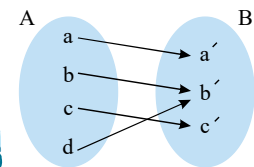
$$x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0$$

معادله‌های درجه دوم زیر را به روش کلی (دلتا) حل کنید. ۱۸۱



پ

$$f = \{(2, 1), (3, 2), (2, 2), (3, 4), (5, 1)\}$$



پ

$$f = \{(2, -1), (3, -1), (1, -1), (4, 1), (2, 4)\}$$

ت

$$g = \{(1, 1)\}$$

ث

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 2x + 1$$

ج

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x$$

چ

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 2$$

۱۸۲ آیا رابطه زیر تابع است؟ چرا؟

الف آیا نمودار ون زیر تابع است؟ چرا؟

ب آیا نمودار ون زیر تابع است؟ چرا؟

آیا رابطه زیر تابع است؟ چرا؟

ت رابطه‌ای که به هر شخص، شماره ملی او را نسبت می‌دهد.

۱۸۳ کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟ چرا؟ برای هر رابطه نمودار مختصاتی را رسم کنید.

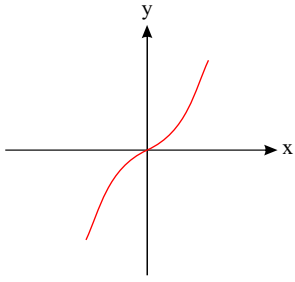
الف کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟ چرا؟ برای هر نمودار مختصاتی را رسم کنید.

ب

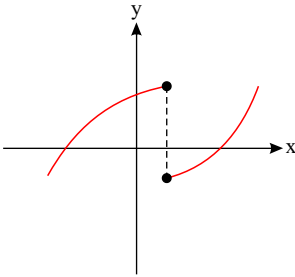
۱۸۴ کدام نمودار، نمایش یک تابع است؟ چرا؟



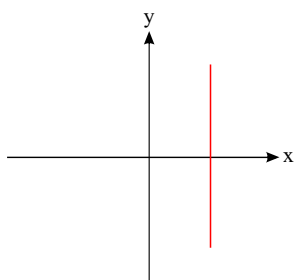
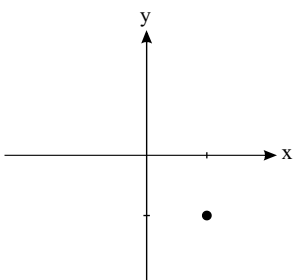
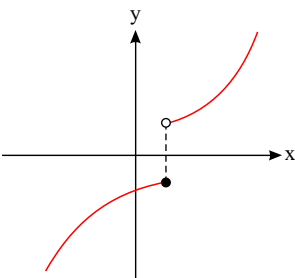
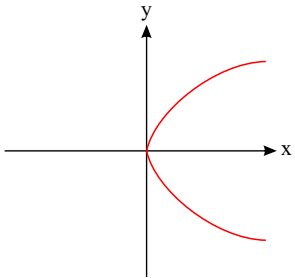
الف) آیا رابطه داده شده در نمودار، تابع است؟ چرا؟



ب) آیا رابطه داده شده در نمودار، تابع است؟ چرا؟



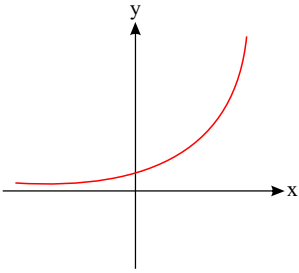
پ) آیا رابطه داده شده در نمودار، تابع است؟ چرا؟



ت

ث

ج

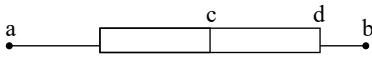


۱۸۵ ضابطه تابع f مربوط به جدول مقابل را مشخص کنید.

x	۱	۲	۳	۴	۵
y	۰	۳	۸	۱۵	۲۴

۱۸۶ اگر $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2}$ باشد، مقدار عددی $f(2) - f(-2)$ را محاسبه کنید.

۱۸۷ شکل زیر نمودار جعبه‌ای داده‌های $3, 2, 3, 1, 2, 5, 1, 5, 4, 1, 2, 5$ است.



الف. حاصل $\frac{b+a}{d+c}$ را به دست آورید.

ب. چند درصد داده‌ها بیشتر از چارک اول است؟

۱۸۸ در دو فروشگاه قیمت بعضی از اجناس به صورت زیر است. (واحد هر کالا برحسب هزار تومان است) ترجیح می‌دهید از کدام فروشگاه خرید کنید؟ چرا؟

A	۹	۱۲	۱۰	۱۰	۸	۹	۱۴	۸
B	۸	۱۳	۸	۱۲	۷	۹	۱۵	۸

۱۸۹ شاخص‌های توسعه یافتگی در چهار کشور سوئیس، استرالیا، هند و روسیه بررسی شده و در جدول زیر آمده است. ابتدا نمودار راداری آن را رسم کنید و سپس بگویید به نظر شما کدام کشور رشد و توسعه بیشتری داشته است؟

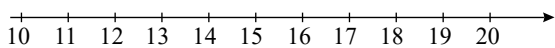
شاخص توسعه یافتگی	سوئیس	استرالیا	هند	روسیه
ساختار اقتصادی	۸۹	۸۴	۵۸	۶۰
کارآفرینی و نوآوری	۸۴	۸۱	۴۱	۵۴
مردم‌سالاری	۱۰۰	۹۵	۷۸	۳۶
آموزش و پرورش	۸۱	۹۱	۳۸	۷۸
تندرستی	۱۰۰	۹۰	۲۸	۶۸
امنیت	۹۰	۸۴	۳۴	۲۱
حکمرانی	۹۵	۹۰	۵۷	۳۲
آزادی فردی	۹۳	۹۹	۶۷	۲۶
سرمایه اجتماعی	۹۶	۹۲	۹۱	۱۸



۱۹۰ از بین مدیران شرکت‌های متفاوت مقایسه‌ای از لحاظ سن، سابقه، درآمد و بیمه انجام شده در جدول زیر آمده است. نمودار جابجایی آن را رسم کنید.

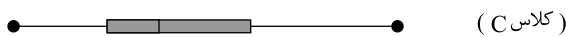
نوع بیمه	درآمد	سابقه کار	سن	اشخاص
تأمین اجتماعی	۱۴,۰۰۰,۰۰۰	۲۵	۵۶	الف
خویش فرما	۲۵,۰۰۰,۰۰۰	۳۴	۷۰	ب
خدمات درمانی	۱۵,۰۰۰,۰۰۰	۵	۲۵	پ
خویش فرما	۳۴,۰۰۰,۰۰۰	۲۵	۴۸	ت
تأمین اجتماعی	۲۹,۰۰۰,۰۰۰	۳۳	۵۳	ث
سلامت	۲۲,۰۰۰,۰۰۰	۳۰	۶۰	ج
خدمات درمانی	۴۲,۰۰۰,۰۰۰	۴۰	۷۲	چ
سلامت	۲۰,۰۰۰,۰۰۰	۲۵	۶۵	ح
تأمین اجتماعی	۳۰,۰۰۰,۰۰۰	۱۵	۴۰	خ
خدمات درمانی	۱۳,۰۰۰,۰۰۰	۲۲	۴۵	د

۱۹۱ نمودارهای زیر عملکرد سه کلاس A، B و C در درس ریاضی را نشان می‌دهند. با توجه به نمودارها به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف. کدام کلاس بیشترین پراکندگی را در نمرات درس ریاضی دارد؟

ب. ترتیب عملکرد این سه کلاس را از ضعیف به قوی بیان کنید.



۱۹۲ نمرات آزمون مهارت فنی دو کارگر A و B به صورت زیر است. دقت عمل کدام بیشتر است؟

$$A : 15, 14, 15, 16, 17, 19 \quad B : 16, 14, 17, 14, 17, 18$$

۱۹۳ چارک سوم حقوق در یک سازمان ۱,۵۰۰,۰۰۰ تومان است، یعنی سه چهارم کارکنان حقوق می‌گیرند.

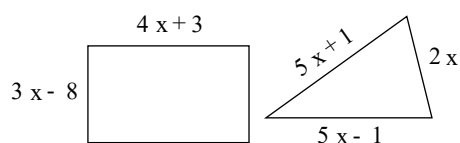
(۱) ۱,۵۰۰,۰۰۰ تومان یا کمتر (۲) ۱,۵۰۰,۰۰۰ تومان

(۳) بیش از ۱,۵۰۰,۰۰۰ تومان (۴) ۱,۵۰۰,۰۰۰ تومان و بقیه کارکنان کمتر از آن

۱۹۴ دو شیر A و B به یک استخر متصل هستند. شیر A استخر را ۶ ساعت دیرتر از شیر B پر می‌کند. اگر دو شیر را با هم باز کنیم آن گاه استخر

در ۴ ساعت پر می‌شود. شیر A به تنهایی استخر را در چند ساعت پر می‌کند؟

۱۹۵ در یک محلول آب نمک، نسبت وزن آب خالص به وزن نمک خالص، برابر با ۸ است. اگر ۱۰۰ گرم نمک به این محلول اضافه کنیم، آن گاه $\frac{4}{5}$ وزن محلول را آب تشکیل خواهد داد. این محلول قبل از اضافه کردن نمک چند گرم وزن داشته است؟



۱۹۶ اگر محیط دو شکل روبه‌رو برابر باشد، مساحت مستطیل چقدر است؟

۱۹۷ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) آنچه اکثر مردم حد وسط می‌نامند نزد آمارشناسان به معروف است و برای محاسبه آن داده‌های آماری را با هم جمع می‌کنیم و بر تقسیم می‌کنیم.

ب) در واقع نقطه وسط فهرست اعداد مرتب شده است که نیمی از اعداد، مقادیر بالاتر از و نیمی دیگر مقادیر پایین تر از دارند.



- پ زمانی با مواجه هستیم که مشاهده‌ای داشته باشیم که از الگوی داده‌هایمان پیروی نکند.
- ت شرط اینکه میانه از خود داده‌ها باشد آن است که تعداد داده‌ها باشد.
- ث در صورتی که بین داده‌ها، داده‌ی دورافتاده وجود داشته باشد از شاخص گرایش به مرکز به جای شاخص استفاده می‌کنیم.
- ۱۹۸ درستی یا نادرستی جمله‌ی زیر را مشخص کنید.
- الف رابطه‌ی بین افراد و کتاب‌های موردعلاقه‌شان یک تابع است.
- ب جواب‌های معادله $x^2 - 11x + 24 = 0$ اعداد -3 و -8 است.
- پ تابع سود از رابطه $P(x) = C(x) - R(x)$ به دست می‌آید.
- ت با استفاده از کسر $\frac{c}{a}$ می‌توان مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم را بدون حل معادله به دست آورد.
- ۱۹۹ جمله‌های زیر را با عبارت مناسب کامل کنید.
- الف در معادله درجه دوم اگر $\Delta = 0$ باشد، آن‌گاه معادله دارای است.
- ب در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع دو ریشه برابر است با
- پ تابع درآمد هر کالا برابر است با: $(\dots\dots\dots) \times (\text{تعداد فروش هر کالا})$
- ۲۰۰ تابع f به صورت زیر تعریف شده است.
- $f = \{\dots, (-2, 4), (-1, 2), (0, 0), (1, -2), \dots\}$
- الف دامنه و برد تابع f را مشخص کنید.
- ب نمایش جبری تابع f را بنویسید.
- پ حاصل $\frac{f(5)}{2} - 3f(-3)$ را به دست آورید.



پاسخنامه تشریحی

۱

$$2x^2 + 5x + k - 2 = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow 25 - 4(2)(k - 2) = 0 \rightarrow 25 - 8k + 16 = 0$$

$$\rightarrow -8k = -41 \rightarrow k = \frac{41}{8}$$

۲

الف) درآمد حاصل از فروش x لامپ به قیمت ۲۰۰ تومان برابر است با:

$$R(x) = 200x$$

$$\text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} \Rightarrow P(x) = R(x) - C(x) = 200x - (x^2 + 40x + 100) \Rightarrow P(x) = -x^2 + 160x - 100$$

ب) تابع سود، تابع درجه ۲ (سهمی) است و چون $a < 0$ ، پس max در رأس آن اتفاق می‌افتد.

$$\text{یعنی باید } 80 \text{ لامپ در روز تولید کند تا بیشترین سود را داشته باشد. } \boxed{x = 80}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-160}{2(-1)}$$

پ) $x = 80$ را در تابع سود جایگذاری می‌کنیم:

$$P(80) = -80^2 + 160(80) - 100 \Rightarrow \boxed{P(80) = 6300}$$
 بیشترین سود روزانه کارگاه

۳

$$9x^2 + 24x - 33 = 0$$

$$\Rightarrow 9x^2 + 8(3x) - 3 \times 11 = 0 \Rightarrow (3x)^2 + (11 - 3)(3x) - 3 \times 11 = 0$$

$$\Rightarrow (3x + 11)(3x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x + 11 = 0 \rightarrow x = \frac{-11}{3} \\ 3x - 3 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

۴) می‌دانیم در یک نمودار دایره‌ای جمع زوایای مرکزی برابر 360° است. بنابراین:

$$30^\circ + 90^\circ + 60^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 180^\circ$$

$$\text{از طرفی } \alpha = \frac{f}{N} \times 360^\circ \Rightarrow 30^\circ = \frac{10}{N} \times 360^\circ \Rightarrow N = \frac{360 \times 10}{30} = 120$$

$$\Rightarrow \text{زاویه بزرگ‌ترین دسته} = \frac{f}{N} \times 360^\circ \Rightarrow 180^\circ = \frac{f}{120} \times 360^\circ \Rightarrow f = \frac{120 \times 180}{360} = 60$$

۵) عدد طبیعی مورد نظر را x در نظر می‌گیریم:

$$x^2 + x = 42 \rightarrow x^2 + x - 42 = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه جمله مشترک}} (x + 7)(x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x = 6} \text{ قق} \\ x = -7 \text{ غ قق} \end{cases}$$

۶

$$\text{الف) معادله ریشه حقیقی ندارد} \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4 \times (1) \times (5) = 1 - 20 = -19 < 0$$

$$\text{ب) } 3x^2 - 9x = -x^2 - 2 \rightarrow 4x^2 - 9x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4 \times (4) \times (2) = 81 - 32 = 49$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-(-9) + \sqrt{49}}{2(4)} = \frac{9 + 7}{8} = \boxed{2} \\ x_2 = \frac{-(-9) - \sqrt{49}}{2(4)} = \frac{9 - 7}{8} = \boxed{\frac{1}{4}} \end{cases}$$

۷) باتوجه به نمودار دو نقطه $A \left(\begin{matrix} 3 \\ 6 \end{matrix} \right)$ و $B \left(\begin{matrix} 0 \\ 6 \end{matrix} \right)$ روی نمودار قرار دارند. معادله خط گذرنده از این دو نقطه را می‌نویسیم:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6 - 0}{0 - 3} = \frac{6}{-3} = -2$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 0 = -2(x - 3) \Rightarrow y = -2x + 6 \Rightarrow f(x) = -2x + 6$$

$$\Rightarrow f(4) = -2 \times 4 + 6 = -2$$

۸) هفت برابر مکعب عدد به صورت $7x^3$ است بنابراین:

$$f(x) = 7x^3 + 5 \Rightarrow f(-1) = 7 \times (-1)^3 + 5 = -2 \Rightarrow f(f(-1)) = f(-2)$$

$$= 7 \times (-2)^3 + 5 = -56 + 5 = -51$$



۹) $t = x + 2$ را در نظر می‌گیریم و معادله را به شکل روبه‌رو بازنویسی می‌کنیم:

$$t^2 - 4t + 3 = 0 \xrightarrow[\text{جملهی مشترک}]{\text{تجزیه}} (t-1)(t-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} t=1 \rightarrow x+2=1 \rightarrow x=-1 \\ t=3 \rightarrow x+2=3 \rightarrow x=1 \end{cases}$$

۱۰) اگر عرض مستطیل را برابر x در نظر بگیریم، طول مستطیل برابر $4x$ خواهد شد.

$$\rightarrow (x + 4x) \times 2 = 120 \rightarrow 5x = 60 \rightarrow x = 12$$

$$\rightarrow \text{عرض} = 12, \text{ طول} = 48 \rightarrow \text{مساحت} = 12 \times 48 = \boxed{576}$$

۱۱) اگر طول ضلع کوچک مثلث را x در نظر بگیریم؛ بنابراین طول دو ضلع دیگر $2x - 1$ و $3x - 5$ است.

$$\rightarrow x + (2x - 1) + (3x - 5) = 12 \rightarrow 6x - 6 = 12 \rightarrow x = 3$$

$$\rightarrow \text{اندازهی اضلاع} \left\{ \boxed{3}, 3 \times 3 - 5 = \boxed{4}, 3 \times 2 - 1 = \boxed{5} \right\}$$

۱۲) اگر مقدار برداشت در روز شنبه را x در نظر بگیریم؛

$$\begin{array}{l} \text{جمعه} \times 2 \rightarrow 2x \\ \text{پنجشنبه} \times 2 \rightarrow 4x \\ \text{چهارشنبه} \times 2 \rightarrow 8x \\ \text{سهشنبه} \times 2 \rightarrow 16x \\ \text{دوشنبه} \times 2 \rightarrow 32x \\ \text{یکشنبه} \times 2 \rightarrow 64x \end{array}$$

$$\text{پس: } 8x = 64 \rightarrow x = 8 \text{ kg}$$

بنابراین کل محصول تولیدی برابر است با:

$$2 + 2x + 4x + \dots + 64x = 8 + 16 + 32 + \dots + 512 = \boxed{1016 \text{ kg}}$$

۱۳) عدد مورد نظر را x در نظر می‌گیریم:

$$\frac{4x + 5}{2} = 10 \xrightarrow{\times 2} 4x + 5 = 20 \Rightarrow 4x = 15$$

$$\rightarrow x = \frac{15}{4}$$

۱۴)

الف) دقیقاً با یک عضو

ب) هیچ دو زوج متمایزی، مؤلفه‌های اول برابر نداشته باشند.

پ) از هر عضو A دقیقاً یک پیکان خارج شود.

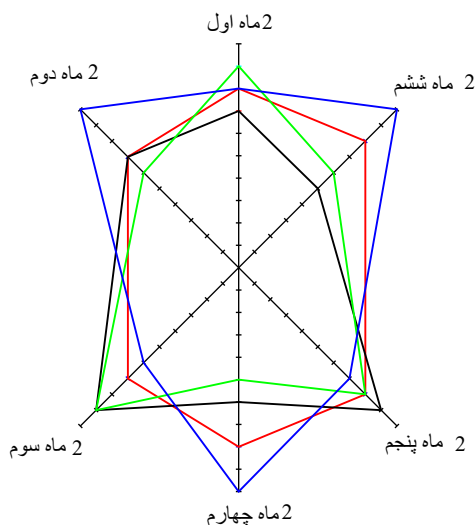
ت) هیچ دو نقطه‌ای روی خطی که موازی محور yy ها باشد قرار نگیرند.

۱۵) نگار با رنگ آبی مشخص شده است.

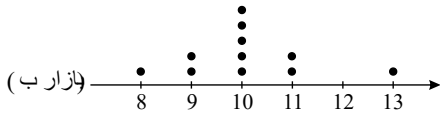
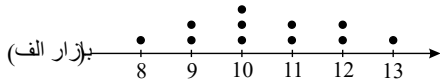
نگین با رنگ سبز مشخص شده است.

مژده با رنگ مشکی مشخص شده است.

نسیم با رنگ قرمز مشخص شده است.



۱۶)



(بازار ب) متمرکزتر کار کرده است هرچند پراکندگی داده‌ها به نظر یکسان است.

(ب) دامنه تغییرات اختلاف بین بزرگ‌ترین داده و کوچک‌ترین داده است، بنابراین در هر دو بازار $13 - 8 = 5$ دامنه تغییرات است.

(پ) خیر، در این حالت دامنه تغییرات پراکندگی را یکسان نشان می‌دهد.

(ت) با تعیین دامنه میان‌چارکی دو بازار می‌توان به این سؤال بهتر پاسخ داد.

با مرتب کردن داده‌های دو بازار و تعیین چارک‌ها و دامنه میان‌چارکی داریم:

(بازار الف) $8, 9, 9, 10, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 13$ $IQR = 12 - 9 = 3$

\downarrow Q_1 \downarrow میانه Q_2 \downarrow Q_3

(بازار ب) $8, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 13$ $IQR = 11 - 9 = 2$

\downarrow Q_1 \downarrow میانه Q_2 \downarrow Q_3

با توجه به دو دامنه چارکی بازار 'ب' پراکندگی کمتری دارد؛ بنابراین خرید از این بازار را ترجیح می‌دهیم.

(ث) خیر فقط با داشتن دامنه تغییرات نمی‌توان تصمیم‌گیری درستی انجام داد.

۲۵) خیر زیرا در این جدول داده دورافتاده (۸ و ۱۰۰) وجود دارد. میانه (معیار گرایش به مرکز) برای نشان دادن وضع پرداختی کارکنان این شرکت مناسب‌تر است.

۲۶) پس از لیست کردن اسامی فامیل و شماره دادن به آنها، شماره‌ها را روی گوی یا کاغذ نوشته و بدون جایگذاری تا ۴ از آنها را انتخاب می‌کنیم.

الف) مصاحبه

ب) مصاحبه

پ) مشاهده

ت) دادگان‌ها

ث) مشاهده

۲۷)

$$x^2(m+2) - 3x - 4 = 0 \xrightarrow{\text{فرم استاندارد}} \begin{cases} a = m + 2 \\ b = -3 \\ c = -4 \end{cases}$$

شرط نداشتن جواب حقیقی معادله درجه دوم برابر است با: $\Delta < 0$

$$b^2 - 4ac < 0 \rightarrow (-3)^2 - 4(m+2)(-4) < 0 \rightarrow 9 + 16(m+2) < 0$$

$$9 + 16m + 32 < 0 \rightarrow 16m < -41 \rightarrow m < \frac{-41}{16}$$

۲۸)

x' و x'' را ریشه‌های معادله درجه دوم سوال در نظر می‌گیریم، داریم:

$$x' = -x'' + 3 \rightarrow x' + x'' = 3 \rightarrow \frac{-b}{a} = 3$$

$$\rightarrow \frac{-(-(\delta k + 3))}{2} = \frac{\delta k + 3}{2} = 3 \rightarrow \delta k + 3 = 6 \rightarrow \delta k = 3 \rightarrow k = \frac{3}{\delta}$$

۲۹)

$$mx^2 + (m+2)x - 4 = 0 \xrightarrow{\text{فرم استاندارد}} \begin{cases} a = m \\ b = m + 2 \\ c = -4 \end{cases}$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{c}{a} = \frac{-4}{m} = -3 \rightarrow m = \frac{4}{3}$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} = \frac{\frac{4}{3} + 2}{\frac{4}{3}} = \frac{10}{3} = \frac{10 \times 3}{4 \times 3} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ ضرب ریشه‌ها و } \frac{-b}{a} = \text{مجموع ریشه‌ها}, \frac{c}{a} = \text{ضرب ریشه‌ها}$$

$$\text{جمع ریشه‌ها} = -3 \rightarrow -\frac{2a+3}{a} = -3 \rightarrow 2a+3 = 3a \rightarrow a = 3$$

$$3x^2 + 9x + 6 = 0 \rightarrow 3(x^2 + 3x + 2) = 0 \rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0$$

با جایگذاری مقدار a ، معادله را حل می‌کنیم.



$$(x+1)(x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \rightarrow \text{ریشه بزرگتر} \\ x = -2 \end{cases}$$

۳۱

$$5x^2 + (k+2)x + k = 0 \rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = -\frac{b}{a} = -\frac{k+2}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow -5(k+2) = 5 \rightarrow -k-2 = 1 \rightarrow -k = 3 \rightarrow k = -3$$

$$5x^2 + (-3+2)x - 3 = 0 \rightarrow 5x^2 - x - 3 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4(5)(-3) = 61 \rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{61}}{2 \times 5} \xrightarrow{\text{ریشه مثبت}} \frac{1 + \sqrt{61}}{10}$$

۳۲

$$\sqrt{5}x^2 + \sqrt{3}x - 7 = 0 \xrightarrow{\text{فرم استاندارد}} \begin{cases} a = \sqrt{5} \\ b = \sqrt{3} \\ c = -7 \end{cases}$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{c}{a} = \frac{-7}{\sqrt{5}} = \frac{-7\sqrt{5}}{5}$$

۳۳

$$x(3x-4) = a \rightarrow 3x^2 - 4x - a = 0 \xrightarrow{\text{فرم استاندارد}} \begin{cases} a' = 3 \\ b' = -4 \\ c' = -a \end{cases}$$

$$\text{مقدار ریشه مضاعف برابر است با: } x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-(-4)}{2(3)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۳۴

α و β را ریشه‌های معادله درجه دوم سوال در نظر می‌گیریم؛ داریم:

$$(x-\alpha)(x-\beta) = 0 \Rightarrow x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$$

$$\alpha + \beta = \frac{2 + \sqrt{3}}{5} + \frac{2 - \sqrt{3}}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\alpha\beta = \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{5}\right)\left(\frac{2 - \sqrt{3}}{5}\right) = \frac{4-3}{25} = \frac{1}{25} \xrightarrow{\text{معادله باید به فرم}} x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{1}{25} = 0$$

$$\xrightarrow{\times 25} 25x^2 - 20x + 1 = 0$$

۳۵

$$3x^2 - 5x - 1 = 0 \rightarrow 3x^2 - 5x = 1 \rightarrow x^2 - \frac{5}{3}x = \frac{1}{3}$$

در روش مربع کامل کردن مقداری که به دو طرف باید اضافه شود برابر است با:

$$\left(\frac{-5}{2}\right)^2 = \left(\frac{-5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

$$۶۰^\circ \text{ که در شکل داده شده شامل } ۳ \text{ زاویه بین دو شعاع متوالی است، پس زاویه بین هر دو شعاع متوالی برابر است با } ۲۰^\circ = \frac{۶۰^\circ}{۳} \text{ حال تعداد متغیرها را به دست می‌آوریم:} \quad ۳۶$$

$$\text{تعداد متغیرها} = \frac{۳۶^\circ}{۲} \Rightarrow ۲۰^\circ = \frac{۳۶^\circ}{x} \Rightarrow ۲۰^\circ x = ۳۶^\circ \Rightarrow x = \frac{۳۶^\circ}{۲۰^\circ} = ۱۸$$

۳۷

چون مقدار داده‌ها را در اختیار نداریم، خودمان آنها را به صورت x_1, x_2, \dots, x_{14} در نظر می‌گیریم.

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$$

$$\begin{matrix} \downarrow Q_1 & \underbrace{x_7 + x_8}_{Q_2 = \frac{x_7 + x_8}{2}} & \downarrow Q_3 \end{matrix}$$

واضح است که داده‌های $x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}$ بین Q_1 و Q_2 هستند که تعداد آنها ۶ تا است.

واریانس صفر است، پس همه داده‌ها باهم مساوی هستند یکی از داده‌ها ۱۲ است، پس بقیه هم باید ۱۲ باشند. ۳۸

$$\begin{cases} a - 1 = 12 \Rightarrow a = 13 \\ b + 6 = 12 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow a + b + c = 13 + 6 + 4 = 23 \\ 3c = 12 \Rightarrow c = 4 \end{cases}$$

اعداد داده‌شده، داده‌های ما نیستند بلکه انحراف داده‌ها از میانگین هستند پس برای محاسبه واریانس فقط کافی است تک‌تک آنها را به توان ۲ رسانده، با هم جمع کرده و بر تعداد آنها تقسیم کنیم. ۳۹



$$\sigma^2 = \frac{5^2 + 4^2 + 1^2 + 0^2 + (-2)^2 + (-4)^2 + (-6)^2}{7} = \frac{25 + 16 + 1 + 4 + 16 + 36}{7} = \frac{98}{7} = 14$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{14} \text{ : انحراف معیار}$$

۴۰

پاسخ: M را بزرگ‌ترین داده و m را کوچک‌ترین داده در نظر می‌گیریم؛ داریم:

$$R = M - m \text{ دامنه تغییرات اولیه}$$

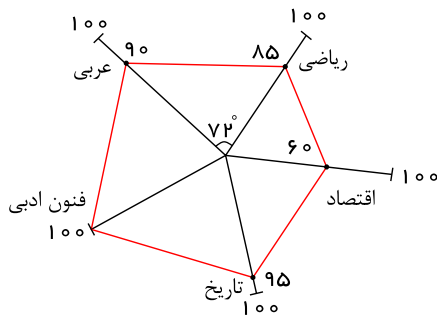
$$R = (3M - 5) - (3m - 5) = 3M - 5 - 3m + 5 = 3M - 3m = 3(M - m) = 3R$$

۴۱

باید ببینیم اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۷ و ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۲۱ تبدیل شده‌اند. با کمی دقت می‌فهمیم که هر داده اولیه ابتدا در عدد ۳ ضرب و سپس با عدد ۱ جمع شده است، مثلاً عدد ۴۰ ابتدا در ۳ ضرب شده و حاصل ۱۲۰ شده، سپس با ۱ جمع شده و عدد ۱۲۱ به دست آمده است. لذا همین عملیات را برای مد هم انجام می‌دهیم.

$$\text{مد جدید} = 3 \times (\text{مد قدیم}) + 1 = 3 \times k + 1 = 3k + 1$$

۴۲



$$\text{پاسخ: } \alpha = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \text{ پس: مقدار واقعی}$$

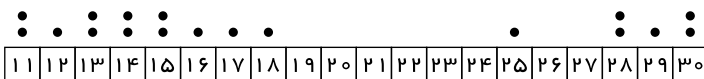
$$\text{از طرفی با توجه به رابطه } 100 = \frac{\text{مقدار واقعی}}{\text{بیشینه}} \times \text{مقدار متغیر داریم:}$$

نام درس	نمره درس	نمره بیشینه	
ریاضی	۱۷	۲۰	۸۵
عربی	۱۸	۲۰	۹۰
فنون ادبی	۲۰	۲۰	۱۰۰
تاریخ	۱۹	۲۰	۹۵
اقتصاد	۱۲	۲۰	۶۰

۴۳

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

۱۱, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۳, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۲۵, ۲۸, ۲۸, ۲۹, ۳۰, ۳۰



$$\bar{x} = \frac{2 \times (11) + 12 + 2 \times (13) + 2 \times (14) + 2 \times (15) + 16 + 17 + 18 + 25 + 2 \times (28) + 29 + 2 \times (30)}{18} = \frac{339}{18} \approx 18,83$$

۴۴

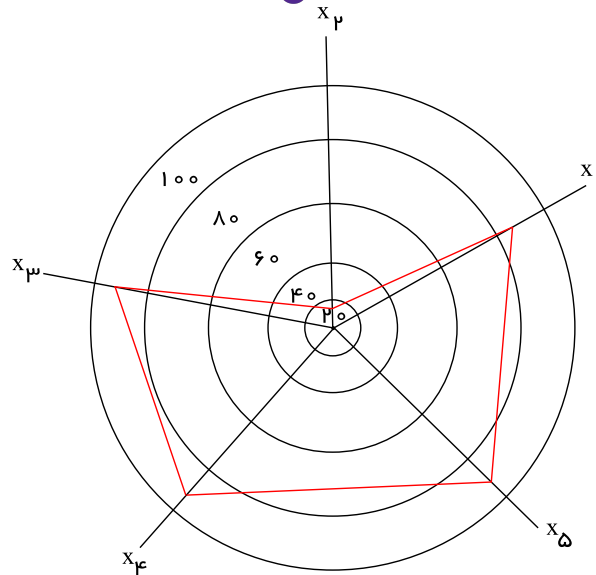
الف) طول جلبک‌های موجود در دریاچه آوان الموت ← کمی / نسبتی

ب) مراحل تحصیل دانش‌آموزان در ایران ← کیفی / ترتیبی

۴۵

برای رسم نمودار، ابتدا ۵ نیم‌خط که زاویه آنها $72^\circ = \frac{360^\circ}{5}$ است را رسم کرده و هر نیم‌خط معرف x_1, x_2, \dots, x_5 است، با انتخاب یک کشور روی این نیم‌خط، تقسیم‌بندی با

توجه به مقیاس را انجام داده مثلاً روی نیم‌خط فاصله‌های ۲۰ و ۴۰ و ۶۰ و ۸۰ و ۱۰۰ را انتخاب کرده و اعداد داده‌شده را روی آن مشخص می‌کنیم. برای نمونه، نمودار ایران را رسم می‌کنیم و نقاط را به هم وصل می‌کنیم.



$$x_1 = \frac{75,5}{84} \times 100 \approx 90$$

$$x_2 = \frac{23}{245} \times 100 \approx 10$$

$$x_3 = \frac{96}{100} \times 100 = 96$$

$$x_4 = \frac{90}{100} \times 100 = 90$$

$$x_5 = \frac{85}{100} \times 100 = 85$$

۴۶) نمودار راداری به ما می گوید:

- کدام مشاهددها شبیه به یکدیگر هستند؟

- آیا داده دورافتاده‌ای وجود دارد؟

- مقدار کدام متغیر برای یک مشاهده نسبت به متغیرهای دیگر بیشتر یا کمتر است؟

- مقدار کدام متغیر برای یک مشاهده نسبت به مشاهده‌های دیگر بیشتر یا کمتر است؟

۴۷) زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری یکسان هستند و می توان از روی آن، تعداد متغیرها را تعیین کرد و اطلاعات دیگری نمی‌دهد.

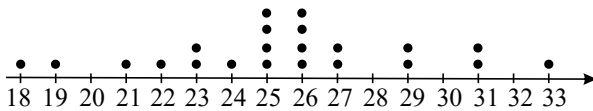
۴۸) الف) ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۱۸, ۱۹, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۵, ۲۵, ۲۵, ۲۶, ۲۶, ۲۶, ۲۶, ۲۷, ۲۷, ۲۹, ۲۹, ۳۱, ۳۱, ۳۳

با توجه به داده‌ها، مد دو عدد ۲۵ و ۲۶ با تکرار چهاربار هستند و چون تعداد داده‌ها زوج است، میانه برابر میانگین دو داده وسط است.

$$\bar{x} = \frac{18 + 19 + \dots + 33}{22} = \frac{561}{22} = 25,5$$

$$Q = \frac{25 + 26}{2} = 25,5$$



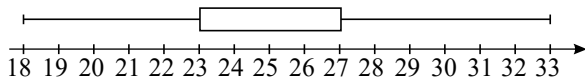
(ب)

۱۸, ۱۹, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۵, ۲۵, ۲۵, ۲۶, ۲۶, ۲۶, ۲۶, ۲۷, ۲۷, ۲۹, ۲۹, ۳۱, ۳۱, ۳۳, ۳۳

$$Q_1 = 23, \quad Q_3 = 27, \quad Q = \frac{25 + 26}{2} = 25,5$$

$Q_1 = 23$ چارک اول = بزرگترین داده = ۳۳ = کوچکترین داده = ۱۸

$Q_3 = 27$ چارک سوم = دامنه میان‌چارکی = $27 - 23 = 4$



(پ) ۱۰ نفر از بازیکنان سن آنها بین چارک اول و سوم قرار می‌گیرد.

۴۹)

$$f(3\sqrt{7}) = -\frac{2}{3}(3\sqrt{7})^2 + |5 \times (3\sqrt{7})| = -\frac{2}{3}(9 \times 7) + 15\sqrt{7} = -42 + 15\sqrt{7}$$

$$f(\sqrt{5}) = -\frac{2}{3}(\sqrt{5})^2 + |5 \times \sqrt{5}| = -\frac{10}{3} + 5\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow f(3\sqrt{7}) - f(\sqrt{5}) = -42 + 15\sqrt{7} + \frac{10}{3} - 5\sqrt{5} = -\frac{116}{3} + 15\sqrt{7} - 5\sqrt{5}$$

(پ) اسمی

(ج) نسبی

(ب) فاصله‌ای

(ث) نسبی

۵۰) الف) نسبی

ت) ترتیبی

۵۱) هر مشخصه عددی توصیف‌کننده جنبه‌ای خاص در مورد کل جامعه را پارامتر (در صورتی که داده‌های کل جامعه در اختیار باشند) می‌گویند و هر مشخصه عددی توصیف‌کننده جنبه‌ای



خاص در مورد نمونه را آماره می‌نامند.

۵۲) داده، واقعیتی دربارهٔ یک چیز است که در محاسبه، استنباط یا برنامه‌ریزی به کار می‌رود.

متغیر، هر ویژگی از اشخاص یا اشیاء را متغیر می‌نامند.

۵۳) ۱- پرسش‌نامه ۲- دادگان‌ها ۳- مشاهده

۵۴) ابتدا a را بر حسب x به دست می‌آوریم:

$$2x + a = 100 \rightarrow a = 100 - 2x$$

$$y = xa = x(100 - 2x) \Rightarrow y = 100x - 2x^2 \Rightarrow y = -2x^2 + 100x$$

ماکسیم مقدار در رأس تابع درجهٔ دوم اتفاق می‌افتد.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-100}{2(-2)} \Rightarrow \boxed{x = 25} \Rightarrow a = 100 - 2(25) \Rightarrow \boxed{a = 50}$$

$$\Rightarrow y_{\max} = x \times a = 25 \times 50 = 1250$$

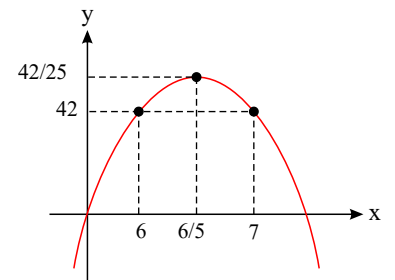
۵۵) ضلع دیگر مستطیل را y فرض می‌کنیم. پس:

$$\text{محیط مستطیل} = 26 \Rightarrow 26 = 2(x + y) \Rightarrow x + y = \frac{26}{2} \Rightarrow x + y = 13 \Rightarrow \boxed{y = 13 - x}$$

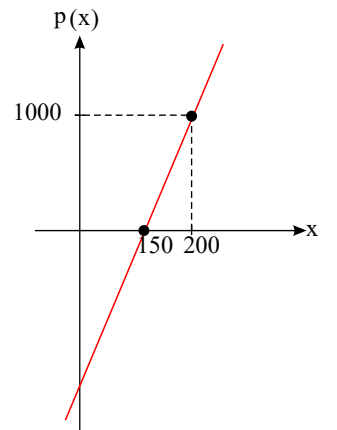
$$S = x \times y = x \times (13 - x) \Rightarrow \boxed{S = 13x - x^2} \Rightarrow x_{\max} = -\frac{b}{2a} = \frac{-13}{-2} = 6,5$$

در جدول نقطه‌یابی مقدار y برای طول رأس، یک نقطه با طول بیشتر از طول رأس و یک نقطه با طول کمتر از طول رأس را به دست می‌آوریم:

x	۶	۶,۵	۷
y	۴۲	۴۲,۲۵	۴۲



۵۶) الف)



$$\text{درآمد } R(x) = 70x \Rightarrow \text{سود } P(x) = R(x) - C(x)$$

$$\Rightarrow P(x) = 70x - (3000 + 50x)$$

$$\Rightarrow P(x) = 20x - 3000$$

x	۱۵۰	۲۰۰
$P(x)$	۰	۱۰۰۰

$$P(x) = 0 \Rightarrow 20x - 3000 = 0 \Rightarrow 20x = 3000 \Rightarrow x = 150$$



۵۷

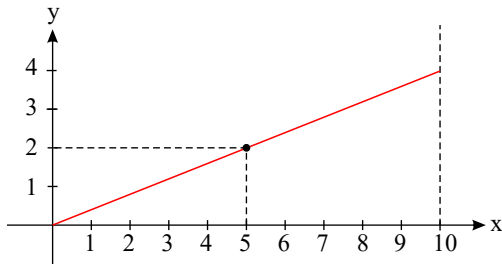
$$\begin{cases} F_v = \frac{9}{5}C_v + 32 \\ F_1 = \frac{9}{5}C_1 + 32 \end{cases} \Rightarrow F_v - F_1 = \frac{9}{5}C_v - \frac{9}{5}C_1 = \frac{9}{5}(C_v - C_1)$$

$$\Rightarrow F_v - F_1 = \frac{9}{5} \times \frac{4}{5} = 36$$

پس دما ۳۶ فارنهایت افزایش یافته است.

۵۸

برای این سؤال بی‌شمار جواب می‌توان نوشت که یکی از آنها به صورت زیر است:



۵۹

ابتدا به کمک دو نقطه $(2, 8)$ و $(2, 5)$ ضابطه تابع خطی را به دست می‌آوریم:

$$\text{شیب خط: } m = \frac{8-5}{2-1} = 3, \quad f(x) = mx + h \xrightarrow{f(1)=5} 5 = 3 \times 1 + h \Rightarrow h = 5 - 3 \Rightarrow \boxed{h = 2}$$

$$\text{معادله خط: } y = f(x) = 3x + 2$$

$$\Rightarrow f(-3) = 3(-3) + 2 = -9 + 2 = -7$$

$$\Rightarrow f(5) = 3(5) + 2 = 15 + 2 = 17$$

۶۰

عدد مورد نظر را x فرض می‌کنیم، دو برابر مکعب همان عدد به صورت $2x^3$ و منهای ۴ شود، به صورت $2x^3 - 4$ نوشته می‌شود. بنابراین قسمت (پ) درست است و داریم:

$$f(x) = 2x^3 - 4$$

$$f(3) = 2(3)^3 - 4 = 2(27) - 4 = 54 - 4 = 50$$

۶۱

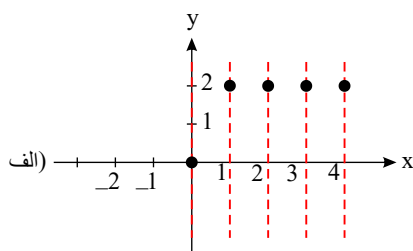
الف)

تابع است. $\rightarrow \{(0, 0), (1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$

ب)

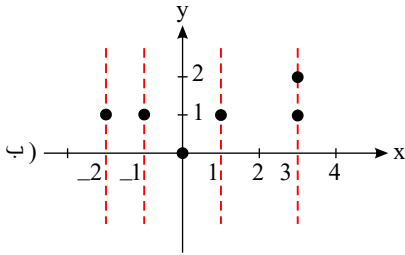
 $\{(0, 0), (1, 1), (3, 2), (3, 1), (-1, 1), (-2, 1)\}$ تابع نیست. زیرا زوج مرتب‌های $(3, 1)$ و $(3, 2)$ عضو اول تکراری دارند، ولی عضو دوم آنها یکی نیست.

راه دوم:

در نمودار الف، چون هر خط موازی محور y ها، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند، لذا تابع است.



در نمودار ب چون خطی موازی محور y ها وجود دارد که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع می‌کند، لذا تابع نیست.

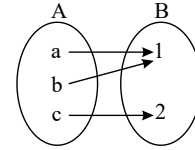
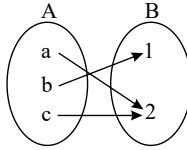
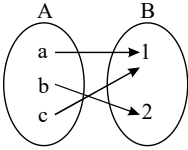


۶۲

برای اینکه رابطه فوق تابع نباشد باید دو زوج مرتب بنویسیم که عضوهای اول تکراری داشته باشند و عضوهای دوم آنها تکراری نباشند. پس داریم:

$$f = \{(2, 3), (2, 5), (3, 7), (4, 5)\}$$

۶۳



۶۴ باید d' یا d حذف شود تا نمودار پیکانی، نمودار یک تابع شود.

۶۵

$$t = -3 \rightarrow \frac{4 - (-3)}{2 - 2(-3)} = \frac{3(-3)^2 + k}{((-3)^2 + 1)^2 - 68} \rightarrow \frac{7}{8} = \frac{27 + k}{32}$$

$$\rightarrow \frac{27 + k}{32} - \frac{7}{8} = 0 \rightarrow \frac{27 + k - 28}{32} = 0 \rightarrow k - 1 = 0 \rightarrow k = 1$$

۶۶

x : زمان چاپگر جدید

$y = x + 3$: زمان چاپگر قدیمی

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{4} = 0 \rightarrow \frac{4x + 12 + 4x - x^2 - 3x}{4x(x+3)} = 0$$

$$\rightarrow \frac{-x^2 + 5x + 12}{4x(x+3)} = 0 \rightarrow -x^2 + 5x + 12 = 0 \rightarrow \Delta = 25 + 48 = 73$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{73}}{-2} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-5 - \sqrt{73}}{-2} = \frac{5 + \sqrt{73}}{2} > 0 \text{ ق.ق.} \rightarrow y = x + 3 = \frac{5 + \sqrt{73}}{2} + 3 \\ x = \frac{-5 + \sqrt{73}}{-2} = \frac{5 - \sqrt{73}}{2} < 0 \text{ غ.ق.} \end{cases}$$

۶۷ k عدد زوج اول و $k + 2$ عدد زوج دوم است.

$$\frac{1}{k} + \frac{1}{k+2} = \frac{5}{12} \rightarrow \frac{1}{k} + \frac{1}{k+2} - \frac{5}{12} = 0$$

$$\rightarrow \frac{1 \times 12(k+2)}{k \times 12(k+2)} + \frac{1 \times 12k}{(k+2) \times 12k} - \frac{5 \times k(k+2)}{12 \times k(k+2)} = 0$$

$$\rightarrow \frac{12k + 24 + 12k - 5k^2 - 10k}{12k(k+2)} = 0 \rightarrow -5k^2 + 14k + 24 = 0$$

معادله ۲ ریشه دارد. $\Delta = 14^2 - 4(-5)(24) = 676 > 0$

$$k = \frac{-14 \pm \sqrt{676}}{-10} \rightarrow \begin{cases} k = 4 \rightarrow \text{در عدد طبیعی متوالی : } 4, 4+2=6 \\ k = -\frac{6}{5} \text{ غ.ق.} \end{cases}$$

۶۸



$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x_1 \times x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2}$$

$$\frac{\Delta = b^2 - 4ac}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} \Rightarrow x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

مساحت مثلث = مساحت مستطیل

$$\text{مساحت مستطیل} \Rightarrow (3x + 2)(x + 1) = 3x^2 + 3x + 2x + 2 = 3x^2 + 5x + 2$$

$$\text{مساحت مثلث} \Rightarrow \frac{1}{2}(3x + 6)(2x) = 3x^2 + 6x$$

$$3x^2 + 5x + 2 = 3x^2 + 6x \Rightarrow 3x^2 + 5x + 2 - 3x^2 - 6x = 0 \rightarrow -x = -2 \rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$\text{طول مستطیل} = 3x + 2 = 3 \times 2 + 2 = 8$$

$$\text{عرض مستطیل} = x + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$2x^2 - 3x - 5 = 0 \rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4(2)(-5) = 9 + 40 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{+3 \pm \sqrt{49}}{4} = \begin{cases} \frac{+3 + 7}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \\ \frac{+3 - 7}{4} = \frac{-4}{4} = -1 \end{cases}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{5}{2} \times (-1) = -\frac{5}{2}$$

$$\text{مساحت فلش} = \text{مساحت مستطیل} + \text{مساحت مثلث} = \left(\frac{3x \times x}{2} \right) + (2x \times x)$$

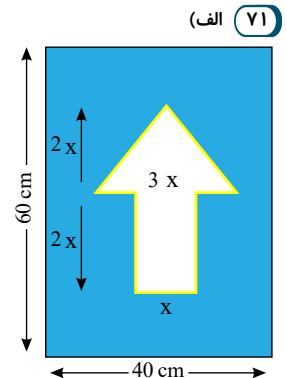
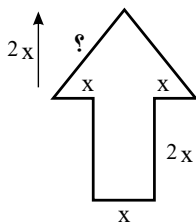
$$= 3x^2 + 2x^2 = 5x^2$$

$$\left. \begin{aligned} \text{مساحت فلش (قسمت سفید)} &= 3x^2 + 2x^2 = \boxed{5x^2} \\ \text{مساحت کل} &= 40 \times 60 = \boxed{2400 \text{ cm}^2} \\ \text{مساحت قسمت آبی} &= \boxed{2400 - 5x^2} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow (5x^2 \times 30) + ((2400 - 5x^2) \times 10) = 27000$$

$$\Rightarrow 150x^2 + 24000 - 50x^2 = 27000$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{3000}{100} = 30 \Rightarrow x = \pm \sqrt{30} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{30} \text{ قابل قبول} \\ x = -\sqrt{30} \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

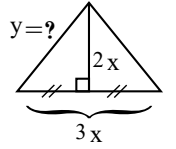


ب) برای به دست آوردن اندازه شبرنگ باید محیط فلش را به دست آوریم.

در مثلث متساوی الساقین میانه، نیمساز و ارتفاع روی هم منطبق اند لذا داریم:



$$y^2 = (2x)^2 + \left(\frac{3}{2}x\right)^2 = 4x^2 + \frac{9}{4}x^2 = \frac{25}{4}x^2$$



$$\rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{25}{4}x^2} \rightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{2}x & \text{قق} \\ y = -\frac{5}{2}x & \text{قق} \end{cases}$$

$$\text{محیط فلش} = \text{اندازه شبرنگ} = \frac{5}{2}x + \frac{5}{2}x + x + 2x + x + 2x + x = 12x$$

$$\text{هزینه شبرنگ زرد} = 12x \times 100 = 1200x$$

هزینه برچسب آبی + هزینه برچسب سفید + هزینه شبرنگ زرد = هزینه کل

$$34800 = 1200x + (5x^2 \times 30) + (2400 - 5x^2) \times 10$$

$$\rightarrow 34800 = 1200x + 150x^2 + 24000 - 50x^2$$

$$\rightarrow 10800 = 100x^2 + 1200x \xrightarrow{\div 100} 108 = x^2 + 12x \rightarrow x^2 + 12x - 108 = 0$$

$$\rightarrow (x + 18)(x - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -18 & \text{قق} \\ x = 6 & \text{قق} \end{cases}$$

$$\text{در صورت} \begin{cases} k = 2 \\ k = 4 \\ k = 0 \\ k = -9 \end{cases}$$

$$k = 2 \rightarrow (x - 1)^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = \sqrt{2} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2} \\ x - 1 = -\sqrt{2} \Rightarrow x = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

$$k = 4 \rightarrow (x - 1)^2 = 4 \rightarrow \underbrace{\sqrt{(x - 1)^2}}_{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} = \sqrt{4} \rightarrow \begin{cases} x - 1 = 2 \rightarrow x = 3 \\ x - 1 = -2 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$k = 0 \rightarrow (x - 1)^2 = 0 \rightarrow x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \text{ ریشه مضاعف}$$

$$k = -9 \rightarrow (x - 1)^2 = -9$$

سمت چپ تساوی (معادله) مقداری بزرگ‌تر مساوی صفر است و سمت راست مقداری منفی، بنابراین معادله جواب ندارد.

(ب) به ازای $k = 0$ معادله ریشه مضاعف دارد.

(پ) به ازای مقادیر مثبت k معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز است.

(ت) به ازای مقادیر منفی k معادله ریشه ندارد.

(۷۳) معادله درجه دومی می‌خواهیم که $x = 2$ و $x = -3$ جواب‌های آن باشد بنابراین داریم:

$$(x - 2)(x + 3) = 0 \rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

کلمه	الگو
آب	$1 + 2x$
پا	$3x^2 + 1$
ذرت	$11x + 12 + 4x^2$

(۷۲)
الف

(۷۴)
الف



پيامبر: $3x^3 + 32x^2 + 1 + 28 + 2x + 12$

رحمت: $12 + 8 + 28 + 4x^2$

آرميتا $\Rightarrow 1 + 12 + 28 + 32x^2 + 4x^2 + 1$

$15 + 27 + 1 + 28$

پ) بله

ت) سلام

۷۵

$$\begin{cases} a = \text{حقوق مهندس} \\ b = \text{حقوق مدير} \\ c = \text{حقوق تكنسين} \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{حقوق مهندس} &= 2 \times \text{حقوق تكنسين} \Rightarrow a = 2c \\ \text{حقوق مهندس} &= \frac{2}{3} \times \text{حقوق مدير بخش} \Rightarrow a = \frac{2}{3}b \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2c = \frac{2}{3}b \Rightarrow \boxed{b = 3c}$$

تومان $8a + 3b + 12c = 55,500,000$

$8(2c) + 3(3c) + 12c = 55,500,000$

تومان $16c + 9c + 12c = 55,500,000 \Rightarrow 37c = 55,500,000 \Rightarrow \boxed{c = 1,500,000}$

۷۶ الف) عدد مورد نظر را a در نظر می‌گیریم، داریم:

$$5a + 2 = 3a - 2 \Rightarrow 5a - 3a = -2 - 2 \Rightarrow 2a = -4 \Rightarrow a = \frac{-4}{2} = -2$$

$$a^2 = a + 1 \Rightarrow a^2 - a - 1 = 0$$

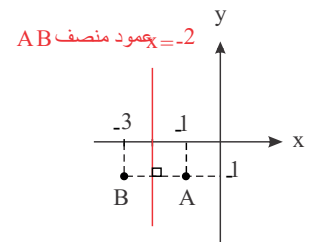
ب) عدد مورد نظر را a در نظر می‌گیریم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(-1) = 5$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{5}}{2(1)} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

۷۷ فرض کنیم دو نقطه هم‌عرض $A(x_1, y)$ ، $B(x_2, y)$ دو نقطه از سهمی باشند، در این صورت عمود منصف پاره خط AB ، محور تقارن سهمی است با توجه به شکل رسم شده داریم:

معادله محور تقارن: $x = -2$



۷۸ میزان سود شرکت برحسب تعداد کالای فروخته شده که در آن x تعداد کالا باشد، رابطه‌ای خطی برحسب x است یا فروش هیچ کالایی، شرکت ۴ میلیون تومان ضرر می‌دهد پس رابطه سود به صورت زیر است.

طبق نمودار به ازای فروش ۲۰ کالا $x = 20$ شرکت نه سود می‌دهد نه ضرر پس:

$$0 = 20m - 4 \Rightarrow 20m = 4 \Rightarrow m = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

اگر بخواهیم سود بیش‌تر از ۵ میلیون باشد:

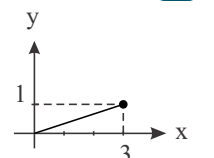
$$y > 5 \Rightarrow \frac{1}{5}x - 4 > 5 \Rightarrow \frac{1}{5}x > 9 \Rightarrow x > 45$$

این بدان معناست که باید حداقل ۴۶ کالا بفروشد تا بیش از ۵ میلیون تومان سود کند.

۷۹ نمودار مقابل یک تابع است.

$$D = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 3\}$$

$$R = \{y \in \mathbb{R} | 0 \leq y \leq 1\}$$





می بینید که $R \subset D$ (برد زیر مجموعه دامنه) است.

$$\begin{cases} f: D \rightarrow R \\ f(x) = \frac{1}{3}x \end{cases} \text{ که ضابطه آن برابر است با:}$$

۸۰ الف) دامنه تابع برابر طول نقاط نمودار، یعنی روی محور x اعداد از -3 تا 2 عضو دامنه هستند، بنابراین $D = \{x \in R \mid -3 \leq x \leq 2\}$ دامنه برد برابر عرض نقاط روی

نمودار است. بنابراین $R = \{y \in R \mid 0 \leq y \leq 2\}$

ب) نمودار تابع از دو طرف ادامه دارد یعنی: $D = \mathbb{R}$

و برد آن یعنی عرض نقاط نمودار: $R = \{x \in R \mid x \geq 1\}$

۸۱ چون $(2, 5) \in f$ در نتیجه: $f(2) = 5$

کافی است در هر مرحله جایگذاری کنیم تا مقدار خواسته شده را به دست آوریم.

$$f(f(2)) = f(5) \xrightarrow{(5, -1)} = -1$$

$$f(f(f(2))) = f(-1) \xrightarrow{(-1, 1)} = 1$$

۸۲ از آنجایی که گفته شده نمایش یک نقطه است، بنابراین این دو زوج مرتب با هم برابر بوده یعنی مؤلفه‌های اولشان با هم و مؤلفه‌های دومشان با هم برابر است.

$$2a - 4 = a \Rightarrow a = 4$$

$$3a = 3b - 6 \xrightarrow{a=4} 3 \times (4) = 3b - 6 \Rightarrow 12 + 6 = 3b \Rightarrow b = 6 \Rightarrow 2a - b = 2 \times (4) - 6 = 2$$

۸۳ ابتدا معادله را به صورت زیر می نویسیم:

$$\frac{x-2}{5x} + \frac{4}{15x} = \frac{1}{k} \xrightarrow{\text{سمت چپ تساوی}} \frac{3x-6+4}{15x} = \frac{1}{k} \rightarrow \frac{3x-2}{15x} = \frac{1}{k}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} k(3x-2) = 15x \xrightarrow{x=4} k(3 \times 4 - 2) = 60$$

$$\Rightarrow 10k = 60 \Rightarrow k = 6$$

۸۴

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = 3x \left(1 - \frac{x-1}{x+1}\right)$$

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} - 3x + \frac{3x(x-1)}{x+1} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2 - 3x(x-1)(x+1) + 3x(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 - 3x^2 + 3x + 3x^2 - 6x^2 + 3x = 0$$

$$\Rightarrow 10x - 6x^2 = 0 \Rightarrow 2x(5 - 3x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ ق ق} \\ x = \frac{5}{3} \text{ ق ق} \end{cases}$$

۸۵ باید ثابت کنیم که به ازای هر مقدار m همواره داریم $\Delta > 0$

$$(m-1)x^2 - 3mx + 1 - m = 0 \rightarrow \begin{cases} a = m-1 \\ b = -3m \\ c = 1-m \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3m)^2 - 4(m-1)(1-m) = 9m^2 - 4(m-1)[- (m-1)]$$

$$\Rightarrow \Delta = 9m^2 + 4(m-1)^2 > 0$$

می بینیم که همواره $\Delta > 0$

۸۶ بنابه فرضیات معادله را تشکیل می دهیم.

$$n^2 + 5n = 14 \rightarrow n^2 + 5n - 14 = 0$$

$$\Rightarrow (n+12)(n-7) \Rightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -12 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$1) x^2 - 4x = -3 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = -3 + 4$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = 1 \xrightarrow{\text{جذر می گیریم}} x-2 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ \text{یا} \\ x = 1 \end{cases}$$

$$2) x^2 + 6x = -5 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = -5 + 9$$

$$\Rightarrow (x+3)^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر می گیریم}} (x+3) = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ \text{یا} \\ x = -5 \end{cases}$$

۸۷



۸۸) مانند مسائل قبل ابتدا حالت ریاضی مسئله را می‌نویسیم.

$$\left. \begin{array}{l} 2n \\ 2n + 2 \\ 2n + 4 \\ 2n + 6 \\ 2n + 8 \end{array} \right\} \text{اگر کوچک‌ترین عدد زوج را } 2n \text{ بگیریم، } 5 \text{ عدد متوالی آن به ترتیب می‌شود}$$

$$\text{مجموع آنها} \Rightarrow 2n + 2n + 2 + 2n + 4 + 2n + 6 + 2n + 8 = 70$$

$$10n + 20 = 70 \xrightarrow{\text{از } 10 \text{ فاکتور می‌گیریم}} 10(n + 2) = 70 \rightarrow n + 2 = 7 \rightarrow n = 5$$

بزرگ‌ترین عدد مسئله $2n + 8 = 18 \leftarrow 2 \times 5 + 8 = 18$

۸۹) ابتدا باید صورت ریاضی مسئله داده‌شده را بنویسیم.

$$5x \Leftarrow \text{برابر عدد یعنی } 5x$$

$$30 \Leftarrow \text{واحد کم کنیم یعنی } 30 -$$

$$5x - 30 = 20 \rightarrow 5x = 20 + 30 = 50$$

$$x = \frac{50}{5} = 10$$

۹۰) الف) ابتدا سمت راست تساوی $2 - \frac{x}{4} = \frac{1+x}{3}$ را به صورت جمع دو کسر می‌نویسیم که می‌شود:

$$-2 - \frac{x}{4} = \frac{1}{3} + \frac{x}{3}$$

در مرحله بعد عددها را یک طرف تساوی و x ها را طرف دیگر قرار می‌دهیم: $-\frac{x}{4} - \frac{x}{3} = \frac{1}{3} + 2$

$$\text{طرفین وسطین} \quad \frac{-3x - 4x}{12} = \frac{1+6}{3} \rightarrow \frac{-7x}{12} = \frac{7}{3} \rightarrow 3(-7x) = 7 \times 12$$

$$x = \frac{12}{-3} = -4$$

ب) ابتدا اتحاد مربع طرف راست تساوی را باز می‌کنیم.

$$-3x + 16x = 64 + 10 \rightarrow 13x = 74 \rightarrow x = \frac{74}{13}$$

توجه داشته باشید با حرکت اعداد از یک طرف تساوی به طرف دیگر تغییر علامت می‌دهند.

$$91) \text{ عدد } x =$$

$$\text{و مربع آن } x^2 =$$

طبق فرض مسئله

$$x^2 = x + 2 \Rightarrow \underbrace{x^2 - x - 2}_\text{اتحاد یک دو جمله‌ای مشترک} = 0 \rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \rightarrow x=2 \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 \end{cases}$$

$$92) \text{ عدد کوچک‌تر } x =$$

$$\text{و عدد دیگر که } 12 \text{ واحد بیش‌تر است } x + 12 =$$

حال حاصل جمع این دو عدد ۴۸ است بنابراین:

$$x + (x + 12) = 48 \rightarrow 2x + 12 = 48 \rightarrow 2x = 48 - 12$$

$$\Rightarrow 2x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{2} = 18$$

$$\text{بنابراین عدد کوچک‌تر } 18 =$$

$$\text{و عدد بزرگ‌تر } 18 + 12 = 30 =$$

$$93) \text{ ابتدا هریک از ضرایب معادله را تعیین می‌کنیم. } \begin{cases} a = 7 \\ b = -4 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 16 - 4(7)(-3) = 16 + 84 = 100$$

چون $\Delta > 0$ بنابراین معادله دو ریشه دارد.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{100}}{2(7)} = \begin{cases} x_1 = \frac{4+10}{14} = \frac{14}{14} = 1 \\ x_2 = \frac{4-10}{14} = \frac{-6}{14} = -\frac{3}{7} \end{cases}$$

۹۴) ابتدا باید ضرب x^2 را برابر یک کنیم:

$$2x^2 + 3x - 5 = 0 \xrightarrow{\div 2}$$



$$x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{5}{2} \xrightarrow{\text{مجنور نصف ضریب } x} x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{5}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

را به دو طرف اضافه می‌کنیم

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} + \frac{5}{2} = \frac{9+40}{16} = \frac{49}{16} \rightarrow \left(x + \frac{3}{4}\right) = \frac{49}{16} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} x + \frac{3}{4} = \pm \frac{7}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} = 1 \\ x = -\frac{7}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

۹۵ با توجه به کسری بودن معادله ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم که مخرج مشترک بین سه عدد ۳ و ۴ و ۵ عدد ۶۰ می‌شود و برای از بین رفتن عدد ۶۰ در مخرج همه عبارت‌ها را در ۶۰ ضرب می‌کنیم.

$$60 \times \left(\frac{x-1}{4} + \frac{x+1}{3}\right) = 60 \times \frac{x+2}{5}$$

$$15(x-1) + 20(x+1) = 12(x+2) \Rightarrow 15x - 15 + 20x + 20 = 12x + 24$$

$$15x + 20x - 12x = 24 + 15 - 20 \Rightarrow 23x = 19 \Rightarrow x = \frac{19}{23}$$

ب)

جملات شامل x را در یک طرف تساوی و عددهای معلوم را در طرف دیگر قرار می‌دهیم:

$$3x + 1 = 4x - 3 - 2x + 5$$

$$\Rightarrow 3x - 4x + 2x = -3 + 5 - 1$$

$$\Rightarrow x = 1$$

۹۶ اول

۹۷ در نمودار مختصاتی محور طول‌ها محل قرار گرفتن اعضای دامنه و محور عرض‌ها محل قرار گرفتن اعضای برد تابع است در نتیجه داریم:

$$D_f = \{-2, -1, 1, 2, 3\}$$

$$R_f = \{-3, 2, 3, -2, 1\}$$

۹۸ الف) عرض‌ها (ب) x طول و y عرض

۹۹ مجموعه طول نقاط را اعضای دامنه و مجموعه عرض نقاط را برد تابع می‌گویند. بنابراین:

$$D_f = \{x | x \in \mathbb{R}, x \geq 0\}$$

$$R_f = \{x | x \in \mathbb{R}, x \geq -2\}$$

۱۰۰ دقیقاً یک.

۱۰۱ الف) تابع است زیرا هر مربع با ضلع معین محیط مشخصی دارد.

ب) تابع نیست. چون هر عدد مثبت دو ریشه دوم دارد.

پ) تابع است. چون هر فرد دارای دقیقاً یک نوع گروه خونی است. (البته ممکن است افراد مختلف گروه خونی یکسانی (مؤلفه دوم برابر) داشته باشند که در تابع بودن تأثیری ندارد)

۱۰۲ الف) تابع است چون از هر عضو دامنه فقط یک پیکان خارج شده است.

ب) تابع نیست چون از عضو ۱ در دامنه دو پیکان خارج شده است.

۱۰۳ با توجه به نمودار پیکانی عضو ۳ از دامنه به ۷ وصل شده است پس:

$$f(3) = 7$$

عضو ۷ از دامنه به ۵٫۵ در برد متصل شده است در نتیجه:

$$f(7) = 5,5$$

۱۰۴ در نمایش زوج مرتبی یک تابع مؤلفه‌های اول، دامنه و مؤلفه‌های دوم، برد تابع است.

$$D_f = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$R_f = \{1, 5, 7, -1\}$$

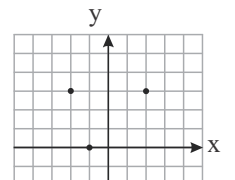
۱۰۵ دامنه تابع به صورت $\{1, 6, 9, 10\}$ و برد تابع به صورت $\{3, 5\}$ است توجه داشته باشید که به عضو ۷ پیکانی وارد نشده است پس عضو برد این تابع نیست.

$$f(2) = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$f(-1) = (-1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$f(-2) = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

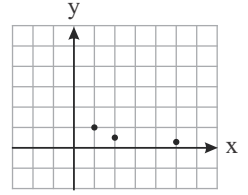
$$R_f = \{0, 3\}$$





$$D_f = \{1, 2, 5\}$$

(ب)



(ج)

گام اول: مختصات نقاط مشخص شده در نمودار را می‌نویسیم:

$$\{(0, 1), (1, 0), (2, 1)\}$$

گام دوم: با توجه به مختصات نقاط، دامنه و برد تابع را می‌نویسیم:

$$D_f = \{0, 1, 2\} \quad R_f = \{0, 1\}$$

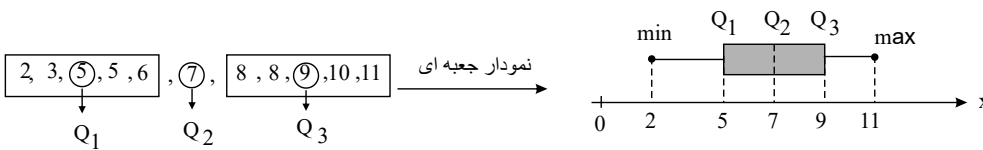
روش سریع: تصویر نقاط بر روی محور x ها (یعنی ۰ و ۱ و ۲) دامنه و تصویر نقاط بر روی محور y ها (یعنی ۰ و ۱) برد تابع می‌باشند.خیر؛ زیرا جمع این زوایا برابر $20^\circ + 150^\circ + 50^\circ + 80^\circ + 70^\circ = 370^\circ$ است از طرفی می‌دانیم، جمع این زوایا باید برابر 360° باشد. (۱۰۷)از این نوع نمودار برای نشان دادن ۳ متغیر یا بیشتر استفاده می‌شود. (۱۰۸)(۱۰۹)

$$\frac{360}{30} = 12 \rightarrow \text{نمودار از ۱۲ متغیر تشکیل شده است}$$

با توجه به نسبت فراوانی دسته‌ها، همان نسبت بین زاویه مرکزی متناظر با هر دسته و زاویه متناظر با دسته A برقرار است. (۱۱۰)

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{A} + 2\widehat{A} + 4\widehat{A} + 5\widehat{A} = 360^\circ \Rightarrow 12\widehat{A} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{A} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 4\widehat{A} = 4 \times 30 = 120^\circ$$

داده‌ها از کوچک به بزرگ مرتب هستند، پس چارک‌ها را مشخص می‌کنیم: (۱۱۱)با توجه به ارتفاع میله‌ها داریم: (۱۱۲)

$$\text{مجموع فراوانی‌ها} = 5 + 12 + 8 + 5 = 30$$

$$\left. \begin{aligned} \text{فراوانی نسبی گروه } C &= \frac{f_C}{N} = \frac{8}{30} \\ \text{فراوانی نسبی گروه } A &= \frac{f_A}{N} = \frac{5}{30} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{اختلاف} = \frac{8}{30} - \frac{5}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

ابتدا تعداد کل و سپس درصد افراد سفیدپوست را به دست می‌آوریم که این درصد برابر با درصد مساحت متناظر با سفیدپوست در نمودار دایره‌ای است. (۱۱۳)

$$N = 24 + 10 + 13 + 13 = 60 \Rightarrow \text{درصد مساحت} = \frac{f}{N} \times 100 = \frac{10}{60} \times 100 = \frac{100}{6} = \frac{50}{3} \approx 16,7$$

طبق فرمول زاویه مرکزی در نمودار دایره‌ای داریم: (۱۱۴)

$$\alpha = \frac{f}{N} \times 360^\circ \Rightarrow 27^\circ = \frac{f}{1200} \times 360^\circ \Rightarrow f = \frac{1200 \times 27}{360} = 90$$

ابتدا با توجه به بلندی مستطیل‌ها تعداد کل و فراوانی داده‌های کوچک‌تر از ۱۸ را به دست می‌آوریم: (۱۱۵)

$$\left. \begin{aligned} N = 10 + 5 + 25 + 10 = 50 \\ f = 10 + 5 = 15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{درصد داده‌های کوچکتر از ۱۸} = \frac{f}{N} \times 100 = \frac{15}{50} \times 100 = 30$$

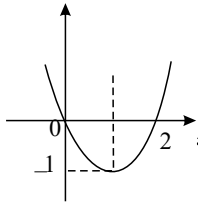
طبق فرمول زاویه مرکزی در نمودار دایره‌ای داریم: (۱۱۶)

$$\sigma = \frac{f}{N} \times 360^\circ \Rightarrow 30^\circ = \frac{f}{18x} \times 360^\circ \Rightarrow f = \frac{18x \times 30^\circ}{360^\circ} = \frac{18}{12}x = \frac{3}{2}x$$

طبق فرمول زاویه مرکزی در نمودار دایره‌ای داریم: (۱۱۷)

$$\alpha = \frac{f}{N} \times 360^\circ \xrightarrow[f=12]{\alpha=54^\circ} 54^\circ = \frac{12}{N} \times 360^\circ \Rightarrow N = \frac{12}{54} \times 360^\circ = 80$$

(۱۱۸)



چون ضریب a مثبت است پس سهمی مینیمم دارد که طول مینیمم آن $x = \frac{-b}{2a} = 1$ یعنی $x = \frac{-(-2)}{2 \times 1} = 1$ است و به ازای $x = 1$ مقدار

$y = 1^2 - 2 \times 1 = -1$ می‌شود و نمودار دارای ریشه‌های $x = 0$ و $x = 2$ است. زیرا:

$$x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

که این ریشه‌ها محل برخورد نمودار با محور x هستند. با توجه به ۳ نقطه دست آمده، نمودار را رسم می‌کنیم.

۱۱۹ عدد مورد نظر را x در نظر می‌گیریم، بنابراین ما بیشترین مقدار عبارت $x^2 - 2x$ را می‌خواهیم. می‌دانیم بیشترین مقدار در تابع درجه دوم به ازای $x = \frac{-b}{2a}$ به دست می‌آید:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \times (-1)} = \frac{-2}{-2} = 1 \xrightarrow{x=1} 2x - x^2 = 2 \times 1 - 1^2 = 2 - 1 = 1$$

۱۲۰ معادله خط را می‌توانیم به صورت $(y - y_A) = m(x - x_A)$ بنویسیم:

$$y - 3 = 2(x - 2) \Rightarrow y - 3 = 2x - 4 \Rightarrow y = 2x - 1$$

۱۲۱

$$\left. \begin{aligned} f(x+2) &= (x+2)^2 - 2(x+2) = x^2 + 4x + 4 - 2x - 4 = x^2 + 2x \\ f(x) &= x^2 - 2x \end{aligned} \right\} \rightarrow \cancel{x^2} + 2x = \cancel{x^2} - 2x \rightarrow 4x = 0 \rightarrow x = 0$$

۱۲۲ از آنجا که $2 = \sqrt{4} < \sqrt{5}$ است، پس $2 - \sqrt{5}$ عددی منفی است بنابراین داریم:

$$f(2 - \sqrt{5}) = |2 - \sqrt{5}| - \sqrt{5} = -(2 - \sqrt{5}) - \sqrt{5} = -2 + \sqrt{5} - \sqrt{5} = -2$$

۱۲۳

$$\left. \begin{aligned} f(3) &= |-2 \times 3 + 7| = |-6 + 7| = 1 \\ g(-1) &= \sqrt{2 - 2 \times (-1)} = \sqrt{2 + 2} = \sqrt{4} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{f(3)}{g(-1)} = \frac{1}{2}$$

۱۲۴

$$\left. \begin{aligned} f(3) &= f(\sqrt{9}) = 2 \times 9 + \sqrt{9} = 18 + 3 = 21 \\ f(1) &= f(\sqrt{1}) = 2 \times 1 + \sqrt{1} = 2 + 1 = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(3) + f(1) = 21 + 3 = 24$$

۱۲۵ از آنجا که f تابع خطی است و حاصل $f(0)$ با $f(f(1))$ برابر شده است، پس $f(1) = 0$. بنابراین دو نقطه $A \left(\frac{0}{2} \right)$ و $B \left(\frac{1}{0} \right)$ از این خط را داریم و با محاسبه شیب خط، معادله

خط گذرنده از این دو نقطه را می‌نویسیم:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 2}{1 - 0} = -2 \Rightarrow (y - y_A) = m(x - x_A) \Rightarrow y - 2 = -2(x - 0) \Rightarrow y = -2x + 2$$

۱۲۶

$$g(5) = 5 + 4 = 9 \Rightarrow f(g(5)) = f(9) = \sqrt{9} + 5 = 3 + 5 = 8$$

۱۲۷

طول رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ برابر $\frac{-b}{2a}$ است و برای به دست آوردن عرض آن به جای x در معادله سهمی مقدار $\frac{-b}{2a}$ را جایگذاری می‌کنیم و مقدار y را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} y &= -(x^2 - 4x + 4) + 5 = -x^2 + 4x - 4 + 5 = -x^2 + 4x + 1 \Rightarrow \text{طول رأس سهمی} = \frac{-4}{2(-1)} = 2 \\ &\Rightarrow \text{عرض رأس سهمی} = -(2 - 2)^2 + 5 = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{رأس سهمی} = (2, 5)$$

راه دوم: در سهمی به معادله $y = a(x - h)^2 + k$ نقطه (h, k) رأس سهمی است. بنابراین:

$$\text{رأس سهمی} = (2, 5)$$

۱۲۸

$$A \left(\frac{4}{5} \right) \quad B \left(\frac{0}{3} \right)$$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 5}{0 - 4} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 5 = \frac{1}{2}(x - 4) \Rightarrow y - 5 = \frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 3$$

۱۲۹ الف) داده‌های دورافتاده - میانه - میانگین (ب) میانگین

۱۳۰ الف) کیفی (ب) کمی

۱۳۱ داده‌ها مرتب شده‌اند و تعداد آنها برابر ۹ تا است، پس میانه داده پنجم یعنی ۱۱ است، پس باید واریانس داده‌های ۱، ۳، ۵، ۷ را به دست آوریم.

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 5 + 7}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(1-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2}{4}$$



$$= \frac{(-3)^2 + (-1)^2 + (1)^2 + (3)^2}{4} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{9+1+1+9}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

۱۳۲ می‌دانیم تقریباً ۹۵٪ داده‌ها در فاصله $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$ قرار دارند:

$$(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma) = (14 - 2 \times 3, 14 + 2 \times 3) = (8, 20)$$

۱۳۳ دامنه تغییرات برابر است با تفاضل کوچک‌ترین داده از بزرگ‌ترین داده

$$R = \max - \min = 41 - 1 = 40$$

۱۳۴ فراوانی داده ۵ برابر ۳ است که فراوانی آن از همه داده‌ها بیشتر است. بنابراین مُد برابر ۵ است و میانگین برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1 + 5 + 5 + 8 + 5 + 8 + 7 + 2 + 3 + 1}{10} = \frac{45}{10} = 4.5 \Rightarrow \text{اختلاف میانگین و مُد} = 5 - 4.5 = 0.5$$

۱۳۵ با کمی دقت متوجه می‌شویم: داده‌های اولیه $2 + 5 =$ با کمی دقت متوجه می‌شویم: داده‌های ثانویه، بنابراین:

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{\bar{x}_{\text{قدیم}} + 2}{5} = \frac{8 + 2}{5} = 2$$

۱۳۶ داده‌ها از کوچک به بزرگ مرتب هستند و تعداد آنها ۸ تا است. بنابراین میانه برابر است با: $\frac{x_4 + x_5}{2}$

$$8 = \frac{x_4 + x_5}{2} \xrightarrow{x_4=7} 8 = \frac{7 + x_5}{2} \Rightarrow 16 = 7 + x_5 \Rightarrow x_5 = 9$$

۱۳۷ با کمی دقت متوجه می‌شویم داده‌های جدید از حاصل ضرب داده‌های قدیم در ۴ به علاوه ۲ دست آمده است. بنابراین:

$$\text{میانگین جدید} = 4 \times (\text{میانگین اولیه}) + 2 = 4 \times (-3) + 2 = -12 + 2 = -10$$

۱۳۸ داده‌ها از کوچک به بزرگ مرتب هستند و تعداد آنها ۱۰ تا است. پس برای به دست آوردن میانه باید میانگین داده‌های پنجم و ششم را حساب کنیم.

$$\text{میانه} = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{9 + 11}{2} = 10$$

۱۳۹ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$12, 13, 14, 15, 15, 17, 17, 18, 19, 20$$

تعداد داده‌ها ۱۱ تا است. پس چون تعداد فرد است داده وسط که داده ششم است همان میانه است؛ یعنی:

$$\text{میانه} = x_6 = 15$$

۱۴۰

$$\text{مجموع داده‌ها} = \text{تعداد داده‌ها} \times \text{میانگین} = 5 \times 10 = 50$$

$$\text{مجموع داده‌های باقی‌مانده} = 50 - 6 - 4 = 40 \Rightarrow \text{میانگین جدید} = \frac{\text{مجموع جدید}}{\text{تعداد جدید}} = \frac{40}{8} = 5$$

۱۴۱ ابتدا به کمک میانگین اولیه مقدار a را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} \text{ اولیه} = 5 \Rightarrow \frac{3 + 7 + a}{3} = 5 \Rightarrow 10 + a = 15 \Rightarrow a = 5$$

$$\bar{x} \text{ جدید} = \frac{6 + 8 + a + 2}{3} \stackrel{a=5}{=} \frac{21}{3} = 7$$

۱۴۲ به کمک فرمول میانگین داریم:

$$\bar{x} = 5 \Rightarrow \frac{2x - 2 + 8 - x + 2x}{3} = 5 \Rightarrow \frac{3x + 6}{3} = 5 \Rightarrow x + 2 = 5 \Rightarrow x = 3$$

۱۴۳ عدد ۷، ۱۴ بار تکرار شده است و بیشترین فراوانی را دارد پس مُد برابر ۷ است.

۱۴۴

اگر دمای اولیه جسم بر حسب سانتی‌گراد را C فرض کنیم دمای ثانویه جسم $C + 40$ خواهد بود. بنابراین:

$$F' - F = \left(\frac{9}{5}(C + 40) + 32\right) - \left(\frac{9}{5}(C) + 32\right) = \frac{9}{5} \times 40 = 72$$

۱۴۵ کیفی - ترتیبی؛ توجه داشته باشیم که چون اختلاف دو شماره اتاق بی‌معنی است با اینکه عدد هستند، ولی متغیر کمی نیستند.

۱۴۶ نمونه‌گیری، زیرا تمام دانش‌آموزان مدرسه را مورد مطالعه قرار ندادیم.

۱۴۷ مدل خودروهایی عبوری

۱۴۸ کیفی - اسمی

۱۴۹ کمی - نسبی

۱۵۰

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(k + 5) - (3k - 2)}{(3k - 2) - (k + 2)} = \frac{-2k + 7}{2k - 4} \rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{-2k + 7}{2k + 4} = \frac{1}{2} \Rightarrow -4k + 14 = 2k - 4 \Rightarrow 6k = 18 \Rightarrow k = 3$$



۱۵۱

$$\left. \begin{aligned} f(1) = 4 &\Rightarrow m \times 1 + n = 4 \Rightarrow m + n = 4 \\ f(2) = 7 &\Rightarrow m \times 2 + n = 7 \Rightarrow 2m + n = 7 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{-} m = 3 \xrightarrow{\substack{m+n=4 \\ m=3}} n = 1$$

۱۵۲

ابتدا شیب خط را به دست می‌آوریم:

$$A \begin{cases} 3 \rightarrow x_2 \\ 5 \rightarrow y_2 \end{cases} \quad B \begin{cases} 1 \rightarrow x_1 \\ 9 \rightarrow y_1 \end{cases}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{5 - 9}{3 - 1} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 9 = -2(x - 1) \Rightarrow y - 9 = -2x + 2 \Rightarrow y = -2x + 11$$

۱۵۳ الف) مجموعه طول نقاط نمودار برابر دامنه تابع و مجموعه عرض نقاط نمودار برابر برد تابع است.

$$D_f: -2 \leq x \leq 2, \quad R_f: 1 \leq y \leq 4$$

$$D_f: 1 \leq x \quad R_f: 2 \leq y \text{ (ب)}$$

۱۵۴

مجموعه طول نقاط داده شده برابر دامنه تابع است

مجموعه عرض نقاط داده شده برابر برد تابع است

۱۵۵

$$\left. \begin{aligned} f(1) = 0 &\Rightarrow a \times 1^2 + b \times 1 + 3 = 0 \Rightarrow a + b = -3 \xrightarrow{\times -2} -2a - 2b = 6 \\ f(2) = 1 &\Rightarrow a \times 2^2 + b \times 2 + 3 = 1 \Rightarrow 4a + 2b = -2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\oplus} 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \xrightarrow{\substack{a+b=-3 \\ a=2}} b = -5$$

$$g(x) = |x + 1| \text{ (ب)} \quad f(x) = 5x + 4 \text{ (الف)}$$

۱۵۷ باتوجه به صورت سؤال $f(-1) = 1$ است، بنابراین:

$$3 \times (-1)^2 + k(-1) + 3 = 1 \Rightarrow 3 - k + 3 = 1 \Rightarrow k = 5$$

۱۵۸

$$\text{الف)} f(2) = |2 + 2| = 4, \quad g(2) = 2 \times 2 = 4 \Rightarrow f(2) + g(2) = 4 + 4 = 8$$

$$\text{ب)} g(3) = 2 \times 3 = 6 \Rightarrow f(g(3)) = f(6) = |6 + 2| = 8$$

$$\text{ج)} f(0) = |0 + 2| = 2 \Rightarrow g(f(0)) = g(2) = 2 \times 2 = 4$$

۱۵۹

$$f(x) = 1 \Rightarrow 2x^2 + 1 = 1 \Rightarrow 2x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$f(x) = 9 \Rightarrow 2x^2 + 1 = 9 \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow D_f = \{0, -2, 2\}$$

۱۶۰

$$f(x) = x^2 + 5 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \Rightarrow f(-2) = (-2)^2 + 5 = 9 \\ x = 0 \Rightarrow f(0) = 0^2 + 5 = 5 \\ x = \sqrt{5} \Rightarrow f(\sqrt{5}) = (\sqrt{5})^2 + 5 = 10 \end{cases} \Rightarrow R_f = \{5, 9, 10\}$$

۱۶۱ ابتدا رابطه را به صورت زوج مرتب می‌نویسیم. باید توجه داشته باشیم که x, y ها باید عضو اعداد صحیح باشند و حاصل جمع قدرمطلق آنها برابر یک باشد.

$$R = \{(-1, 0), (0, -1), (1, 0), (0, 1)\} \xrightarrow{\text{نمایش نمودار ون}} \begin{array}{ccc} & \begin{array}{c} -1 \\ 0 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} -1 \\ 0 \\ 1 \end{array} \\ \begin{array}{c} -1 \\ 0 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} & \begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \end{array}$$

خیر تابع نیست.

۱۶۲ $t = 3$ را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{2 \times 3 + 1}{3 \times 3 - 1} = \frac{3^2 + k}{5 \times 3 + 1} \rightarrow \frac{7}{8} = \frac{9 + k}{16} \xrightarrow{\times 8} 7 = \frac{9 + k}{2} \rightarrow 14 = 9 + k \rightarrow k = 5$$

۱۶۳ وزن مس را x و وزن نقره را y فرض می‌کنیم بنابر فرض سوال داریم

$$\text{وزن گلدان قبل ذوب} = x + y = x + 8x = 9x$$

$$\text{وزن گلدان بعد ذوب} = 9x + 100$$

$$\rightarrow \frac{8x}{9x + 100} = \frac{4}{5} \rightarrow \frac{4}{5}(9x + 100) = 8x \xrightarrow{\times 5} 36x + 400 = 40x \rightarrow 4x = 400 \rightarrow x = 100$$

$$\rightarrow \text{وزن ابتدای گلدان} = 9x = \boxed{900 \text{ گرم}}$$



$$\frac{\text{مساحت مستطیل} = \text{طول} \times \text{عرض}}{\text{مساحت مثلث}} = \frac{\text{قاعدۀ ارتفاع}}{۲}$$

$$\rightarrow x(3x-1) = \frac{2x(2x+1)}{2} \rightarrow 3x^2 - x = 2x^2 + x \rightarrow x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{غ ق ق} \\ x = 2 \end{cases}$$

۱۶۵ مجموع ریشه‌ها در معادله درجه دو مساوی $\frac{-b}{a}$ است؛

$$2 = \frac{-(-6)}{m+3} \rightarrow 2m+6=6 \rightarrow \boxed{m=0}$$

۱۶۶ مساحت قسمت هاشور خورده برابر مساحت کل مربع منهای مساحت مستطیل هاشور نخورده است؛

$$30 = (3x)^2 - x(x+1) \rightarrow 30 = 9x^2 - x^2 - x \rightarrow 8x^2 - x - 30 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times (8) \times (-30) = 961 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{961}}{2 \times 8} = \frac{1 + 31}{16} = \boxed{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{961}}{2 \times 8} = \frac{1 - 31}{16} = \frac{-30}{16} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۱۶۷ می‌دانیم شرطی که برای داشتن دو ریشه‌ی حقیقی متمایز وجود دارد، $\Delta > 0$ است از طرفی $\Delta = b^2 - 4ac$ است که در این معادله $\Delta = (-a)^2 - 4 \times (2) \times (-5) = a^2 + 40$ است که a^2 و 40 هر دو مثبت هستند پس همواره $\Delta > 0$ است.

۱۶۸

$$x^2 + x^2 - 15x - 15 = 0 \Rightarrow x^2(x+1) - 15(x+1) = 0 \Rightarrow (x+1)(x^2 - 15) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \pm\sqrt{15} \end{cases}$$

۱۶۹ اگر وزن هر وزنه را x در نظر بگیریم داریم؛

$$3x + 1 = 10 \rightarrow 3x = 9 \rightarrow \boxed{x = 3kg}$$

۱۷۰ عدد مورد نظر را x در نظر می‌گیریم:

$$2x + 5 = 3x - 2 \rightarrow \boxed{x = 7}$$

۱۷۱ دو ریشه‌ی معادله را $\alpha + 2$ و α در نظر می‌گیریم بنابر فرض سوال داریم:

$$\alpha + (\alpha + 2) = \frac{-b}{a} \rightarrow 2\alpha + 2 = \frac{-(-6)}{1} \rightarrow 2\alpha + 2 = 6 \rightarrow \alpha = 2$$

از طرفی می‌دانیم ضرب ریشه‌ها $\frac{c}{a}$ یعنی برابر m است. در نتیجه: $m = \alpha(\alpha + 2) = 2 \times 4 = \boxed{8}$

۱۷۲

$$\text{شرط یک ریشه داشتن} : \Delta = 0 \rightarrow (-2)^2 - 4 \times m \times (m-2) = 0 \rightarrow 4 - 4m^2 + 8m = 0 \xrightarrow{\div 4} -m^2 + 2m + 1 = 0$$

$$\rightarrow m = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \begin{cases} m_1 = \frac{-2 + \sqrt{2^2 - 4 \times (-1) \times (-1)}}{-2} = \frac{-2 + \sqrt{8}}{-2} = \boxed{1 - \sqrt{2}} \\ m_2 = \frac{-2 - \sqrt{8}}{-2} = \boxed{1 + \sqrt{2}} \end{cases}$$

۱۷۳

دو عدد متوالی را n و $n+1$ در نظر می‌گیریم؛

$$n^2 + (n+1)^2 = 41 \rightarrow n^2 + n^2 + 2n + 1 = 41 \rightarrow 2n^2 + 2n - 40 = 0$$

$$\rightarrow n^2 + n - 20 = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه جملی مشترک}} (n-4)(n+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 4 \rightarrow 4 + 5 = \boxed{9} \\ n = -5 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۱۷۴ دو عدد فرد متوالی را به صورت $\overbrace{2x+3}^{t_2}$ و $\overbrace{2x+1}^{t_1}$ در نظر می‌گیریم بنابرین داریم:

$$\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{2x+3} = \frac{8}{15}$$

$$\rightarrow \frac{(2x+3) + (2x+1)}{(2x+1)(2x+3)} = \frac{8}{15}$$

$$\rightarrow \frac{4x+4}{4x^2+6x+2x+3} = \frac{4x+4}{4x^2+8x+3} = \frac{8}{15} \xrightarrow{\div 4} \frac{x+1}{4x^2+8x+3} = \frac{2}{15}$$



$$\rightarrow 15x + 15 = 8x^2 + 16x + 6 \rightarrow 8x^2 + x - 9 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4(8)(-9) = 289$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{289}}{16} = 1 \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{289}}{16} \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \rightarrow t_1 = 2 \times 1 + 1 = 3 \\ x_2 = \frac{-9}{8} \text{ غ ق ق} \end{cases} \quad t_2 = 2 \times 1 + 3 = 5$$

$$\text{الف} \rightarrow \text{هزینه تولید} + \text{هزینه ثابت} = C(x) = 4000 + 200x$$

$$\text{ب} \quad 14000 = 4000 + 200x \rightarrow 10000 = 200x \rightarrow x = 50$$

$$(x-1)(x-2) = 0 \rightarrow x^2 - x - 2x + 2 = 0 \rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

خیر منحصر به فرد نیست. هر ضربی از معادله را می توان نوشت. مثلاً معادله $2x^2 - 6x + 4 = 0$ نیز همان جوابها را دارد.

ابتدا دو مقدار $(t_1 + t_2)$ و $(t_1 t_2)$ را به دست می آوریم.

$$t_1 + t_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{1} = 3 \quad t_1 t_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4}{1} = -4$$

$$\text{الف} \quad t_1^2 t_2 + t_1 t_2^2 = t_1 t_2 (t_1 + t_2) = -4 \times 3 = -12$$

$$\text{ب} \quad \frac{t_1}{t_2} + \frac{t_2}{t_1} = \frac{t_1^2 + t_2^2}{t_1 t_2} = \frac{(t_1 + t_2)^2 - 2t_1 t_2}{t_1 t_2} = \frac{3^2 - 2 \times (-4)}{-4} = \frac{9 + 8}{-4} = \frac{-17}{4}$$

$$\text{مجموع ریشه ها} = -\frac{b}{a} = \frac{-(-10)}{5} = \frac{10}{5} = 2 \quad \text{ضرب ریشه ها} = \frac{c}{a} = \frac{-7}{5}$$

$$\text{الف} \quad a \neq 0 \Rightarrow m + 1 \neq 0 \Rightarrow m \neq -1$$

$$\Delta > 0 \rightarrow (2m+1)^2 - 4(m+1)(m+1) > 0$$

$$\rightarrow (4m^2 + 4m + 1) - (4m^2 + 8m + 4) > 0$$

$$\rightarrow \underbrace{-4m - 3}_{\Delta} > 0 \rightarrow -4m > 3 \rightarrow m < -\frac{3}{4}, m \neq -1$$

$$\text{ب} \quad \Delta < 0 \rightarrow -4m - 3 < 0 \rightarrow m > -\frac{3}{4}$$

$$\text{ج} \quad \Delta = 0 \rightarrow -4m - 3 = 0 \rightarrow m = -\frac{3}{4}$$

الف

$$2x^2 - 8 = 0 \rightarrow 2x^2 = 8 \rightarrow x^2 = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow x = \pm \sqrt{4} = \pm 2$$

ب

$$(x+2)(x-3) = (x-3) \xrightarrow[\text{به شرط } x \neq 3]{\text{طرفین را بر } (x-3) \text{ تقسیم می کنیم}} \frac{(x+2)\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}} = \frac{\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}}$$

$$\rightarrow (x+2) = 1 \rightarrow x = 1 - 2 = -1$$

پ

$$x^4 - 2x^2 = 0 \xrightarrow{\text{از } x^2 \text{ فاکتور می گیریم}} x^2(x^2 - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \\ x^2 - 2 = 0 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

ت

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = 0 \xrightarrow{\times 4} 4x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow (2x-1)^2 = 0 \Rightarrow 2x-1 = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

ث

$$2x^2 - 8x = 0 \xrightarrow{\text{از } 2x \text{ فاکتور می گیریم}} 2x(x-4) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 4 = 0 \rightarrow x = 4 \end{cases}$$

ج

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (x-2)(x-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x-3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$



ج

$$\frac{x^2}{3} = x \xrightarrow{\text{طرفین } \times 3} x^2 = 3x \rightarrow x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

ح

$$x^2 = 5 - x^2 \rightarrow x^2 + x^2 = 5 \rightarrow 2x^2 = 5 \rightarrow x^2 = \frac{5}{2} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

خ

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow (x+2)^2 = 0 \rightarrow x+2 = 0 \rightarrow x = -2$$

د

$$9x^2 + 3x - 2 = 0 \xrightarrow{\text{جمله مشترک}} (3x+2)(3x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} 3x+2 = 0 \rightarrow 3x = -2 \rightarrow x = -\frac{2}{3} \\ 3x-1 = 0 \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

ذ

$$(x-3)^2 = 4 \xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} \sqrt{(x-3)^2} = \sqrt{4} \rightarrow x-3 = \pm 2 \rightarrow \begin{cases} x-3 = 2 \rightarrow x = 5 \\ x-3 = -2 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

الف

$$x^2 - x = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(1)(0) = 1 \\ c = 0 \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{1}}{2(1)} = \frac{1 \pm 1}{2} = \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

ب

$$2x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 1 - 4(2)(-1) = 1 + 8 = 9$$

$$\rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \times 2} = \begin{cases} \frac{-1 - 3}{4} = \frac{-4}{4} = -1 \\ \frac{-1 + 3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

پ

$$4x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 16 - 4(4) = 0 \xrightarrow{\text{ریشه مضاعف دارد}} x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2 \times 4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

ت

$$x^2 + 17x - 18 = 0 \rightarrow \Delta = (17)^2 - 4(-18) = 289 + 72 = 361$$

$$x_{1,2} = \frac{-17 \pm \sqrt{361}}{2} = \begin{cases} \frac{-17 + 19}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{-17 - 19}{2} = \frac{-36}{2} = -18 \end{cases}$$

ث

$$3x^2 - x + 4 = 0 \rightarrow \Delta = 1 - 4(3)(4) = 1 - 48 = -47 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{جواب ندارد.}$$

ج

$$x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = (\sqrt{3})^2 - 4(-1) = 3 + 4 = 7$$

$$x_{1,2} = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{7}}{2} = \begin{cases} \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2} \\ \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{7}}{2} \end{cases}$$

ب

تابع نیست، زیرا از عدد ۲، دو پیکان خارج شده است.

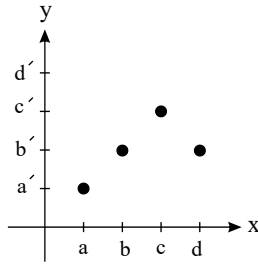
تابع نیست، زیرا دو زوج مرتب متمایز (۲، ۲) و (۲، ۱) با مؤلفه اول برابر و همچنین دو زوج مرتب (۳، ۴) و (۳، ۲) دارای مؤلفه اول برابر هستند.



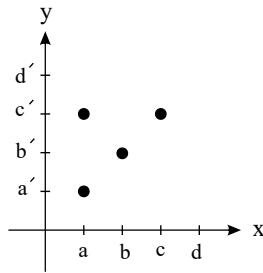
ت تابع است، زیرا به هر شخص یک شماره ملی نسبت داده می‌شود.

۱۸۳

تابع است. زیرا از هر عضو یک پیکان خارج شده است. نمودار مختصاتی آن را به صورت زیر می‌توان رسم کرد.

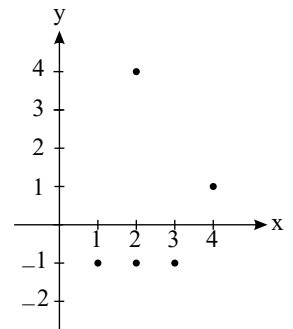


تابع نیست. زیرا از عضو a ، دو پیکان خارج شده است. می‌توان نمودار مختصاتی زیر را برای رابطه رسم کرد.



پ

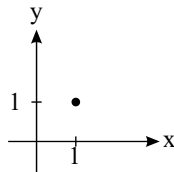
تابع نیست $\Rightarrow f = \{(2, -1), (3, -1), (1, -1), (4, 1), (2, 4)\}$



تابع نیست. زیرا دو زوج مرتب $(2, 4)$ و $(2, -1)$ دارای عضوهای اول تکراری هستند ولی عضوهای دوم آن‌ها متفاوت است.

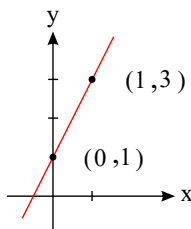
ت

تابع است. رابطه تک‌عضوی همواره تابع است.



ث

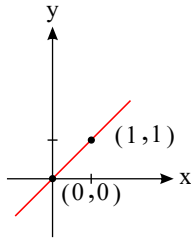
تابع است. زیرا هر خط موازی محور y ها نمودار را در حداکثر یک نقطه قطع می‌کند.



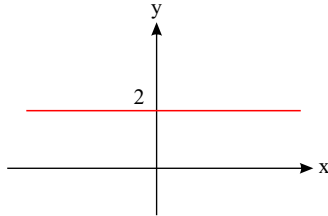
ج



تابع است. زیرا در نمودار رسم شده رابطه هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.



ج



تابع است. زیرا در نمودار رسم شده رابطه هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.

۱۸۴

الف

تابع است، زیرا هر خط عمودی (خطهای موازی محور y) نمودار را در حداکثر یک نقطه قطع می کنند.

ب

تابع نیست. زیرا خطی موازی محور y ها وجود دارد که نمودار را در دو نقطه قطع می کند.

پ

تابع نیست. زیرا خطی موازی محور y ها وجود دارد که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع می کند.

ت

تابع است. زیرا هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.

ث

تابع است. زیرا هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.

ج

تابع نیست. زیرا خطی موازی محور y ها وجود دارد که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع می کند.

چ

تابع است. زیرا هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.

۱۸۵

باید رابطه ای بین مؤلفه های x و y پیدا کنیم که با کمی آزمون و خطا خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} 1^2 - 1 &= 0 \\ 2^2 - 1 &= 3 \\ 3^2 - 1 &= 8 \Rightarrow f(x) = x^2 - 1 \\ 4^2 - 1 &= 15 \\ 5^2 - 1 &= 24 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} f(2) &= \frac{2^2 - 1}{2^2 + 2} = \frac{3}{6} \\ f(-2) &= \frac{(-2)^2 - 1}{(-2)^2 + 2} = \frac{3}{6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(2) - f(-2) = \frac{3}{6} - \left(\frac{3}{6} \right) = \frac{3 - 3}{6} = 0$$

۱۸۶

ابتدا داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم.

$$1,25 \text{ و } 1,5 \text{ و } 2,5 \text{ و } 3,1 \text{ و } 3,2 \text{ و } 4,1$$

Q_1 میانه Q_3

کمترین داده ها : $a = 1,25$ میانه : $c = 2,5$

بیشترین داده ها : $b = 4,1$ چارک سوم : $d = 3,2$

$$\frac{b - a}{d + c} = \frac{4,1 - 1,25}{3,2 + 2,5} = \frac{2,85}{5,7}$$

الف

ب) ۷۵٪ داده ها بیشتر از چارک اول هستند.

۱۸۸

کافی است انحراف استاندارد هر کدام را به دست آوریم. فروشنده ای که انحراف معیار کمتری دارد برای خرید مناسب تر است.

$$A \rightarrow \bar{x} = \frac{9 + 12 + 10 + 10 + 8 + 9 + 14 + 8}{8} = 10$$

$$B \rightarrow \bar{x} = \frac{8 + 13 + 8 + 12 + 7 + 9 + 15 + 8}{8} = 10$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{(9-10)^2 + (12-10)^2 + (10-10)^2 + (10-10)^2 + (8-10)^2 + (9-10)^2 + (14-10)^2 + (8-10)^2}{8}}$$



$$\Rightarrow \sigma_A = \sqrt{\frac{1+4+0+0+4+1+16+4}{8}} = \sqrt{3,75} \approx 1,93$$

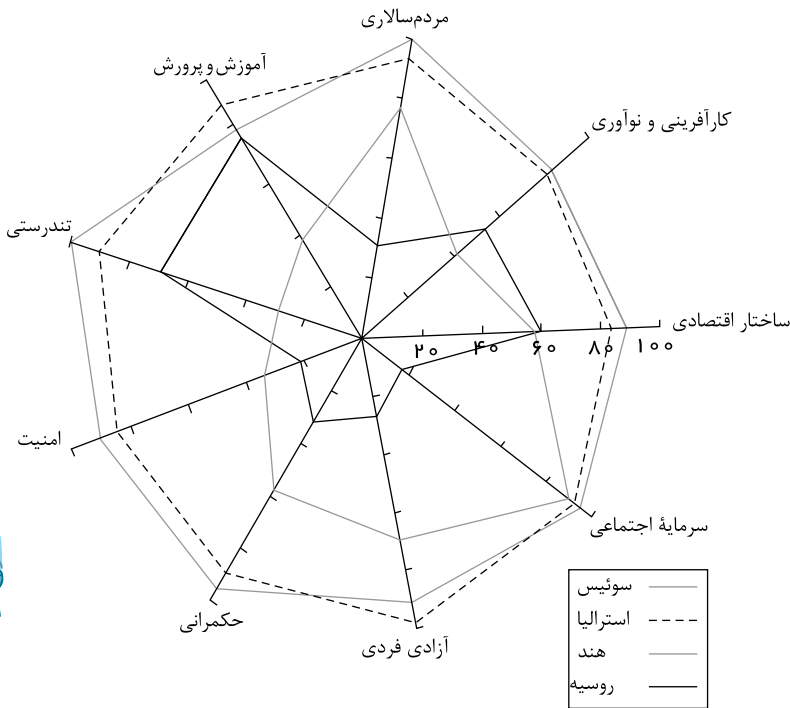
$$\sigma_B = \sqrt{\frac{(8-10)^2 + (13-10)^2 + (8-10)^2 + (12-10)^2 + (7-10)^2 + (9-10)^2 + (15-10)^2 + (8-10)^2}{8}}$$

$$\Rightarrow \sigma_B = \sqrt{\frac{4+9+4+4+9+1+25+4}{8}} = \sqrt{7,5} \approx 2,73$$

از فروشگاه A خرید می کنیم چون پراکندگی کمتری دارد.

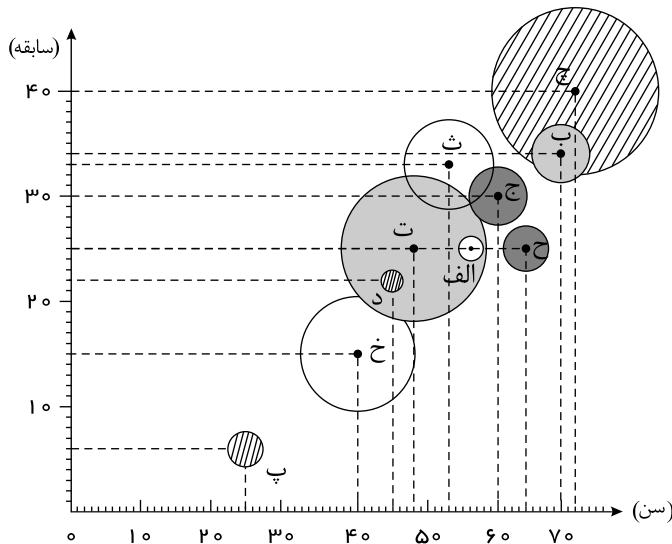
۱۸۹) ۹ تا مورد داریم پس زاویه بین دو شعاع متوالی $360^\circ \div 9 = 40^\circ$ است. براساس شاخص ها و طبق نمودار، کشور سوئیس رشد و توسعه بیشتری داشته است.

تذکر: فرض می کنیم پیشینه هر متغیر ۱۰۰ باشد، پس عدد واقعی هر متغیر همان عدد روی محور در نمودار راداری است.



۱۹۰

درآمد: مساحت حباب‌ها



} نوع بیمه : رنگ حباب‌ها :
 } تأمین اجتماعی : سفید
 } خویش‌فرما : خاکستری
 } سلامت : خاکستری تیره
 } خدمات درمانی : هاشورخورده

۱۹۱) الف. کلاس B چون دامنه تغییرات بزرگ‌تری دارد.

ب. از چپ به راست A، B، C، یعنی: عملکرد B < عملکرد A < عملکرد C

چون بیشترین مقدار در کلاس C قرار دارد و کمترین مقدار آن هم از کمترین مقدار A و C بیشتر است. همچنین کمترین مقدار A از کمترین مقدار B بیشتر است.

۱۹۲) کافی است انحراف معیار را به دست آوریم. فردی که انحراف معیار کمتری دارد دقت بالاتری دارد.

$$\bar{x}_A = \frac{15 + 14 + 15 + 16 + 17 + 19}{6} = \frac{96}{6} = 16$$



$$\sigma_A = \sqrt{\frac{(15-16)^2 + (14-16)^2 + (15-16)^2 + (16-16)^2 + (17-16)^2 + (19-16)^2}{6}} \Rightarrow \sigma_A = \sqrt{\frac{1+4+1+0+1+9}{6}} = \sqrt{2,6} \approx 1,61$$

$$\bar{x}_B = \frac{16+14+17+14+17+18}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{(16-16)^2 + (14-16)^2 + (17-16)^2 + (14-16)^2 + (17-16)^2 + (18-16)^2}{6}}$$

$$\Rightarrow \sigma_B = \sqrt{\frac{0+4+1+4+1+4}{6}} = \sqrt{\frac{14}{6}} = \sqrt{2,3} \approx 1,51$$

دقت عمل کارگر B بهتر است.

۱۹۳ تقریباً ۷۵ درصد یا $\frac{3}{4}$ کارکنان ۱,۵۰۰,۰۰۰ ابا کمتر حقوق می گیرند.

۱۹۴

شیر B در $x-6$ ساعت استخر را پر می کند. \Rightarrow شیر A در x ساعت استخر را پر می کند.

شیر B در یک ساعت $\frac{1}{x-6}$ استخر را پر می کند. \Rightarrow شیر A در یک ساعت $\frac{1}{x}$ استخر را پر می کند.

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-6} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x-6+x}{x(x-6)} = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 - 6x = 4x - 24 \Rightarrow x^2 - 14x + 24 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-12) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 12 \end{cases} \quad (\text{چون زمان شیر B منفی می شود، غیر قابل قبول } x = 2)$$

۱۹۵

$$\left. \begin{array}{l} \text{وزن آب خالص} = x \\ \text{وزن نمک خالص} = y \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{y} = 8 \Rightarrow x = 8y$$

$$\frac{\text{آب خالص}}{\text{آب نمک}} = \frac{x}{x+y} \xrightarrow{\text{بعد از اضافه کردن ۱۰۰ گرم نمک}} \frac{x}{x+y+100} = \frac{4}{5} \Rightarrow 4x + 4y + 400 = 5x \Rightarrow 4y + 400 = x \xrightarrow{x=8y} 4y + 400 = 8y \Rightarrow 4y = 400 \Rightarrow y = 100$$

وزن محلول قبل از اضافه کردن نمک $x + y = 800 + 100 = 900$

۱۹۶

$$\text{محیط مستطیل} = 14x - 10 \Rightarrow \text{محیط مستطیل} = 2(3x - 8 + 4x + 3) \Rightarrow 14x - 10 = 2(7x - 5)$$

$$\text{محیط مثلث} = 12x \Rightarrow \text{محیط مثلث} = 5x + 1 + 2x + 5x - 1 \Rightarrow 12x = 10x + 2$$

$$\text{محیط مستطیل} = \text{محیط مثلث} \Rightarrow 14x - 10 = 12x \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{واحد مربع } 161 = 7 \times 23 \xrightarrow{x=5} S = (3x - 8)(4x + 3) \Rightarrow S = 7 \times 23 = 161$$

۱۹۷

الف میانگین - تعدادشان

ب میانه - میانه - میانه

پ داده دورافتاده

ت فرد

ث میانه - میانگین

۱۹۸

الف نادرست، زیرا ممکن است یک نفر به بیشتر از یک کتاب علاقه مند باشد.

ب نادرست

پ نادرست، $P(x) = R(x) - C(x)$

ت نادرست

۱۹۹

الف ریشه مضاعف

ب $-\frac{b}{a}$ است.پ (قیمت هر کالا) \times (تعداد فروش هر کالا)

۲۰۰

الف

$$D = \{\dots, -2, -1, 0, 1, \dots\} = \mathbb{Z}$$



$$R = \{\dots, -2, 0, 2, 4, \dots\}$$

ب

$$\begin{cases} f: Z \rightarrow R \\ f(x) = -2x \end{cases}$$

پ

$$f(-3) = -2 \times (-3) = 6 \quad f(5) = -2 \times (5) = -10$$

$$3f(-3) - \frac{f(5)}{2} = 3 \times 6 - \frac{-10}{2} = 18 + 5 = 23$$

ویژه خرداد ۱۴۰۲



فیلم تحلیل سوالات امتحانات پایان ترم

برای دیدن **فیلم حل نمونه سوالات** بزن رو لینک زیر

مشاهده فیلم ها

تحلیل نمونه سوالات ریاضی و آمار دهم انسانی