

ویژه خرداد ۱۴۰۲



فیلم تحلیل سوالات امتحانات پایان ترم

برای دیدن **فیلم حل نمونه سوالات** بزن رو لینک زیر

مشاهده فیلم ها

تحلیل نمونه سوالات ریاضی هشتم



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری:

نام آزمون: ریاضی پایه هشتم متوسطه

تاریخ آزمون:



شرکت توسعه انتشارات

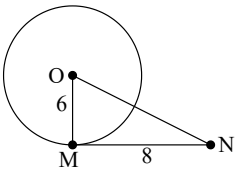
پرش_۱۱

۱) مجموع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عددهای گویای زیر را به دست آورید.

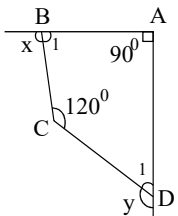
$$-\frac{4}{5}, -\frac{13}{6}, \frac{7}{15}, 1\frac{3}{7}, \frac{19}{4}$$

۲) در روش غربال وقتی مضرب‌های ۱۱ را خط می‌زنیم دومین عددی که خط می‌خورد چند است؟

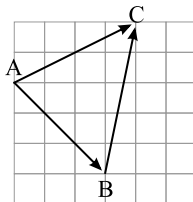
۳) در شکل مقابل O مرکز دایره و OM شعاع دایره است. اندازه ON را بیابید.



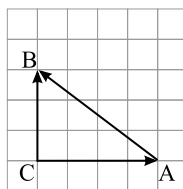
۴) در شکل روبه‌رو $x + y$ را محاسبه کنید.



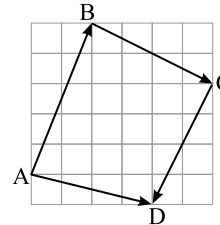
۵) در هر شکل یکی از بردارها، حاصل جمع بردارهای دیگر است. برای هر شکل، یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی بنویسید.



(۳)



(۲)



(۱)

۶) حاصل عبارت زیر به ازای $x = -1$ و $y = 2$ به دست آورید.

$$-3(4x - 4y) + (x + 6y) =$$

۷) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

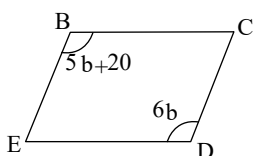
الف) $-4 + 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{5}$

ب) $(-\frac{4}{7}) \div [\frac{1}{3} - (-\frac{4}{5})]$

ج) $\frac{2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2}}{3\frac{1}{4} + 4\frac{1}{5}}$

د) $\frac{2 - (-\frac{1}{3} \div (2 - \frac{1}{3}))}{1 - \frac{1}{2 + (-\frac{1}{5})}}$

۸) با توجه به شکل اندازه‌های خواسته شده را بنویسید.



$b = ?$

$\hat{B} = ?$



۹ اگر $\frac{2x^a + 3y^a}{3y^a - 2x^a} = \frac{7}{3}$ آنگاه مقدار $\left(\frac{x}{y}\right)^a$ کدام است؟

۱۰ در اعداد زیر، دور اعداد مرکب خط بکشید.

۲، ۲۱، ۱۷، ۳۷، ۸۱، ۶۱، ۵۱، ۱۰۱، ۹۱، ۴۷

۱۱ به روش غربال اعداد اول ۱۱۰ تا ۱۳۱ را پیدا کنید.

۱۲ عدد a چقدر باشد تا دو عدد ۸۱ و $2^7 \times 3^{a-2}$ نسبت به هم متباین باشند؟

۱۳ حاصل هر عبارت را محاسبه کنید.

الف) $-\frac{3}{2} + (-\frac{3}{2}) - \frac{2}{5} =$

ب) $-\frac{3}{6} + \frac{1}{4} =$

ج) $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6} =$

د) $-\frac{6}{10} - (-\frac{3}{4}) + (-\frac{2}{8}) =$

۱۴ معکوس قرینه حاصل عبارت $\left(\frac{-12-6}{-3}\right)$ برابر است.

۱۵ در یک ساعت دیواری، طول عقربه ساعت شمار، ۲ سانتی متر است.

الف) این عقربه پس از گذشت ۵ ساعت، چه زاویه ای را طی می کند؟

ب) طول کمانی که طی می کند چقدر است؟ ($\pi \approx 3$)

۱۶ معادله برداری زیر را حل کنید و مختصات بردار \vec{x} را به دست آورید.

$$4\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

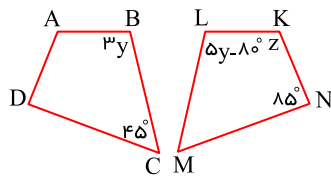
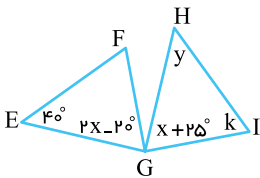
۱۷ به کمک روشی که در درس یاد گرفته اید، مقدار هریک از عددهای زیر را تا یک رقم اعشار به دست آورید.

$$\sqrt{19}, \sqrt{40}, \sqrt{150}, \sqrt{385}$$

۱۸ زاویه های مجهول را بیابید.

الف) مثلث HIG حاصل دوران ۹۰ درجه EFG حول نقطه G است.

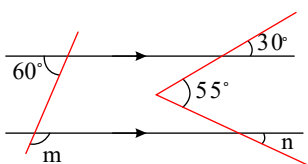
ب) چهار ضلعی $KLMN$ حاصل تقارن چهار ضلعی $ABCD$ نسبت به خطی عمودی است.



۱۹ نشان دهید که تفاضل هر عدد دورقمی از مقلوبش، مضرب ۹ است.

۲۰ اندازه هریک از زاویه های داخلی یک بیست ضلعی منتظم را پیدا کنید.

۲۱ در شکل زیر مقدار m و n را به دست آورید.



۲۲ حاصل جمع اعداد زیر را به دست آورید.

$$1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 19 - 20 =$$



۲۳) با راه حل مشخص کنید که آیا ۱۶۷ اول است؟

۲۴) اعداد ۱ تا ۲۰ را نوشته و به روش الگوریتم غربال اعداد اول را به دست آورید.

۲۵) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) آیا همه اعداد اول فرد هستند؟ چرا؟

ب) آیا اگر عددی اول نباشد، مرکب است؟

ج) آیا دو عدد ۲۵ و ۱۶ نسبت به هم اول هستند؟

د) آیا می توان گفت عدد اول عددی است که به جز یک و خودش شمارنده دیگری نداشته باشد؟

ه) آیا می توان گفت اگر عددی مرکب باشد، هیچ یک از مضرب هایش اول نیست؟

۲۶) در یک کلاس، وزن دانش آموزان اندازه گیری و در سه گروه سنگین وزن، استاندارد و سبک وزن دسته بندی گردید. (گروه سنگین وزن: ۵ نفر،

گروه با وزن استاندارد: ۱۲ نفر و گروه سبک وزن: ۳ نفر)

معلم ورزش ۱ نفر به طور تصادفی برای تیم فوتسال مدرسه انتخاب کرد.

۱- احتمال اینکه دانش آموز با وزن استاندارد باشد، چقدر است؟

۲- احتمال اینکه دانش آموز سنگین وزن باشد، چقدر است؟

۳- احتمال اینکه دانش آموز استاندارد نباشد، چقدر است؟

۲۷) نمرات ریاضی دانش آموزان یک کلاس به صورت زیر است؛ اگر بخواهیم این نمرات را به صورت توصیفی و به ترتیب A (بهترین نمره)، B، C،

D (پایین ترین نمره) تقسیم بندی کنیم، جدول فراوانی مربوط را رسم کنید و با نمودار ستونی نمایش دهید.

۱۹, ۸, ۱۵, ۱۲, ۱۶٫۵, ۱۰, ۱۹, ۱۴٫۵, ۲۰, ۱۳٫۵, ۱۵, ۱۹٫۵, ۱۳, ۱۷

۱۵٫۵, ۲۰, ۱۶, ۱۶, ۱۸, ۱۴, ۱۶, ۱۱, ۲۰, ۱۶, ۱۲, ۱۷, ۱۶, ۱۷٫۵, ۱۶٫۵, ۸٫۵

۲۸) حاصل هریک را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$\text{الف) } ۲^۶ \times ۳^۶ \times ۶^۶ =$$

$$\text{ب) } (۰٫۷۵)^۴ \times \left(\frac{۳}{۴}\right)^{۱۰} \times (۳۰)^{۱۱} =$$

$$\text{ج) } \left(\frac{۱}{۴}\right)^۵ \times (۰٫۲۵)^۸ =$$

۲۹) مقدار عددی عبارت $\frac{۲(x-۷)(x-۳)}{x^۲-۱۰x+۲۱}$ به ازای $x = -۱$ برابر است با:

۳۰) حاصل عبارت $(a-۳b-۱)^{۴۰۰}$ را اگر $\frac{a}{b} = ۳$ به دست آورید.

۳۱) کدام گزاره نادرست است؟

الف) همه چهارضلعی ها محدب هستند.

ب) دوزنقه نوعی متوازی الاضلاع نیست.

پ) متوازی الاضلاع که ضلع هایش با هم مساوی اند، لوزی می نامیم.

ت) هر خط شکسته بسته نمی تواند چهارضلعی باشد.

۳۲) اندازه زاویه خارجی یک چندضلعی منتظم، $\frac{۱}{۹}$ اندازه زاویه داخلی آن است. تعداد قطرهایی را که از هر رأس این چندضلعی می گذرد به دست

آورید.

۳۳) اگر تعداد عددهای اول کمتر از ۲۰، هشت عدد باشد، تعداد عددهای مرکب کوچک تر از ۲۰، چندتا است؟ چرا؟

۳۴) در روش غربال برای پیدا کردن اعداد اول، برای تعیین عددهای اول کوچک تر از ۱۰۰:

الف) بعد از ۲۵، کدام عدد خط می خورد؟

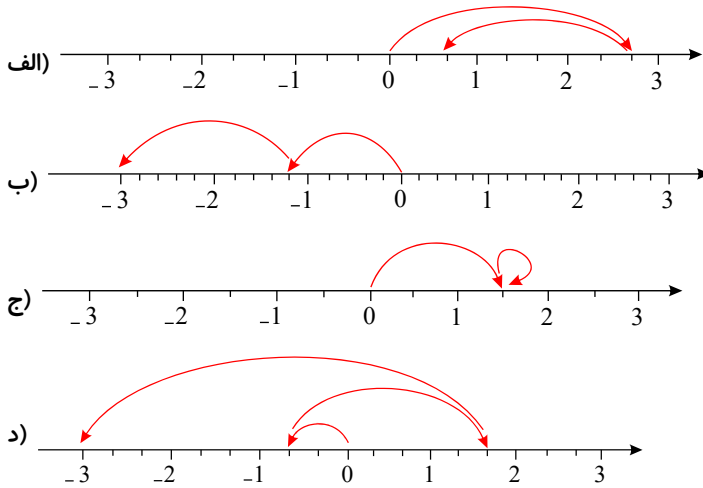
ب) سی و چهارمین عددی که خط می خورد چیست؟

پ) پنجاه و یکمین عددی که خط می خورد چه عددی است؟

۳۵) نشان دهید $۱ - ۱۰۶ \times \dots \times ۴۶ \times ۳۶ \times ۲۶ \times ۱۶ \times ۶$ مرکب است؟.



۳۶) برای هر یک از محورهای زیر یک جمع متناظر بنویسید.



۳۷) برای هر یک از جمع و تفریق‌های زیر یک محور با حرکت‌های متناظر آن رسم کرده و سپس حاصل را بنویسید.

الف) $+6 - 7 =$

ب) $-8 - 4 =$

پ) $5 + (-11) + 5 =$

ت) $+7 - 12 + 10 =$

۳۸) حاصل ضرب هر عدد گویا در صفر برابر است.

۳۹) درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف) دو کسر می‌توانند با هم برابر ولی صورت و مخرج متفاوتی از هم داشته باشند.

ب) در تعیین اعداد اول به روش غربال، اولین قدم، تعیین مضارب ۲ و خط زدن مضارب مرکب ۲ است.

پ) اگر دو خط با خط سوم موازی باشند، آنگاه آن دو خط با هم موازی‌اند.

ت) مقدار عددی عبارت $x^y - y^x$ به ازای $x = 1$ و $y = 2$ برابر با ۱ است.

ث) اگر برداری دارای ابتدای $\begin{bmatrix} +2 \\ -3 \end{bmatrix}$ و انتهای $\begin{bmatrix} +1 \\ -4 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه این بردار دارای مختصات $\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ است.

ج) اگر سه زاویه از یک مثلث با سه زاویه از مثلث دیگر برابر باشد، آنگاه آن دو مثلث هم‌نهشت هستند.

چ) بین $\sqrt{122}$ و $\sqrt{83}$ سه عدد صحیح موجود است.

ح) در یک بررسی آماری به اختلاف بین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده دامنه تغییرات می‌گوییم.

خ) $\left(\frac{1}{2}\right)^{100} < (100)^\circ$

د) احتمال فرد آمدن در پرتاب یک تاس از احتمال رو آمدن در پرتاب یک سکه بیشتر است.

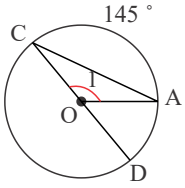
۴۰) صحیح یا غلط بودن جمله‌های زیر را مشخص کنید.

الف) بزرگترین عدد صحیح منفی وجود ندارد.

۴۱) ربع عدد 4^6 را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.



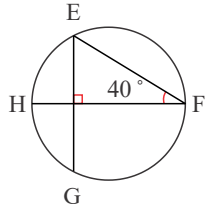
۴۲) در شکل مقابل قطر CD دایره است. اندازه زاویه‌ها و کمان‌ها را مشخص کنید.



$$\hat{O}_1 = \widehat{AD} =$$

$$\hat{C} = \hat{A} =$$

۴۳) در شکل مقابل وترهای EG و FH برهم عمودند و $F = 40^\circ$ درجه است.



$$\widehat{EF} + \widehat{GH}$$

الف) کمان FG چند درجه است؟
ب) حاصل عبارت زیر چند درجه است؟

۴۴) اگر قطر دایره‌ای برابر ۶ سانتی‌متر باشد طول کمان‌های زیر را محاسبه کنید.

| اندازه کمان (درجه) | ۶۰° | ۱۸۰° | ۹۰° | ۴۵° |
|-----------------------------|-----|------|-----|-----|
| ۴۵° طول کمان (برحسب π) | | | | |

۴۵) دو تاس را پرتاب می‌کنیم احتمال اینکه:

الف) تاس اول فرد باشد و تاس دوم عدد اول باشد.
ب) حاصل ضرب اعداد رو شده ۱۲ باشد.

۴۶) در یک کیسه ۵ مهره قرمز، ۲ مهره سفید، ۳ مهره آبی داریم. یک مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم احتمال اینکه:

الف) مهره سفید باشد چقدر است؟
ب) مهره آبی باشد چقدر است؟

۴۷) در کیسه‌ای ۴ مهره مشکی و ۶ مهره سفید وجود دارد. احتمال اینکه یک مهره به تصادف بیرون آوریم و:

الف) مهره مشکی باشد چقدر است؟
ب) مهره سفید باشد چقدر است؟

۴۸) الف) تعداد حالاتی که یک نفر ممکن است در یک ماه به دنیا بیاید چند تاست؟

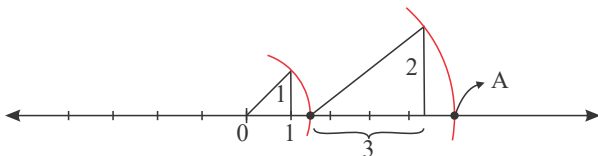
ب) احتمال اینکه در ماه دی یا بهمن متولد شده باشد چقدر است؟

۴۹) هریک از عبارات سمت راست را به عبارت مناسب در سمت چپ وصل کنید.

- نمودار مناسب برای نمایش تغییرات در یک زمان مشخص — نمودار تصویری
- نمودار مناسب برای مقایسه تقریبی عددهای بزرگ — دامنه تغییرات
- علم جمع‌آوری عددی و بررسی آنها — خط شکسته
- اختلاف بیشترین و کمترین داده — آمار

۵۰) محل عدد $\sqrt{10}$ را روی محور اعداد مشخص کنید.

۵۱) نقطه A بیانگر چه عددی است؟



۵۲) عدد $3 - \sqrt{5}$ را روی محور نمایش دهید.

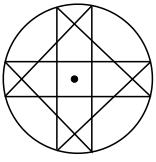
۵۳) با تهیه جدول مناسب جذر عدد ۹۵ را تا یک رقم اعشار محاسبه کنید.

$$\sqrt{95} \approx$$



۵۴) ۸۱ برابر 3^3 را به صورت توان دار بنویسید.

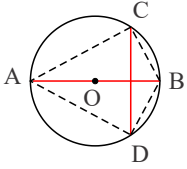
۵۵) در شکل روبه‌رو، دایره‌ای به هشت قسمت مساوی تقسیم شده است. الف) شکل چند خط تقارن دارد؟
ب) اندازه دو زاویه مشخص شده را روی شکل پیدا کنید و بنویسید.



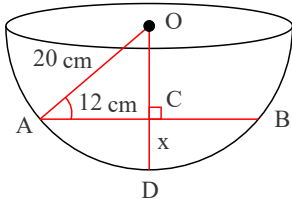
۵۶) در شکل روبه‌رو، وترهای AB و CD برهم عمودند. الف) آیا کمان‌های AC ، CB ، BD و DA باهم مساوی‌اند؟

ب) پاسختان را با پاسخ تمرین ۱۳۶ مقایسه کنید.

این دو تمرین چه تفاوتی دارند؟



۵۷) در کاسهٔ کروی روبه‌رو مقداری آب ریخته‌ایم، \overline{AB} برابر ۲۴ سانتی‌متر شده است. حداکثر عمق آب چقدر است؟



۵۸) از نقطه O' خارج دایره‌ای به مرکز O دو مماس بر دایره رسم کنید و نقاط تماس را A و B بنامید. شکل بکشید و دلیل هر یک از موارد زیر را بنویسید.

الف) چرا $\overline{O'A} = \overline{O'B}$ ؟

ب) چرا OO' نیمساز \hat{O} است؟

۵۹) سی مهره با شماره‌های ۱ تا ۳۰ را در گردونه‌ای ریخته‌ایم. مهره‌ای را به‌طور تصادفی از گردونه خارج می‌کنیم. احتمال هر یک از حالت‌های زیر را به‌دست آورید:

الف) فرد بودن عدد روی مهره

ب) مضرب ۵ بودن عدد روی مهره

ج) اول بودن عدد روی مهره

۶۰) میانگین نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس ۳۰ نفره ۱۷٫۲۵ شده است. یکی از دانش‌آموزان در این امتحان نمره ۳٫۵ گرفته است؛ در حالی که بقیه نمره بالای ۱۵ گرفته‌اند.

الف) اگر نمره این دانش‌آموز را از کلاس کنار بگذاریم، حدس می‌زنید معدل کلاس کمتر می‌شود یا بیشتر؟ حال با محاسبهٔ معدل کلاس پس از حذف نمره این دانش‌آموز حدس خود را بررسی کنید.

ب) حالا فرض کنید همهٔ دانش‌آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته‌اند؛ به‌جز یک نفر که ۲۰ گرفته است، معدل این کلاس ۳۰ نفره ۱۰٫۲۵ شده است. اگر دانش‌آموزی را که نمره ۲۰ گرفته است، کنار بگذاریم، حدس می‌زنید معدل کلاس کمتر می‌شود یا بیشتر. معدل کلاس پس از حذف نمره این دانش‌آموز را به‌دست آورید و حدس خود را بررسی کنید.

۶۱) دمای هوا مربوط به شهر تهران و میانگین ساعت‌های عمر لامپ مربوط به یک کارخانه به‌صورت زیر است. از جدول فراوانی استفاده کنید و میانگین دما و عمر لامپ را به‌دست آورید.

۶۲) با تهیهٔ جدول مناسب، جذر عدد ۹۳ را تا دو رقم اعشار به‌دست آورید.

۶۳) حاصل تقسیم مقابل را به‌دست آورید.

$$\left[3^{10} \times \left(\frac{1}{27} \right)^3 \right]^2 \div \left[5^4 \times \left(\frac{1}{25} \right)^2 \right]^3 =$$

۶۴) جذر ۷۰۰ را تا یک رقم اعشار به‌دست آورید و نتیجه را به کمک ماشین حساب بررسی کنید.

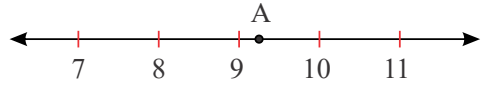


۶۵) حاصل هریک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$(a^5 \times a^9) \times (b^{17} \div b^3) \quad \sqrt{\frac{49 \times 25}{36}}$$

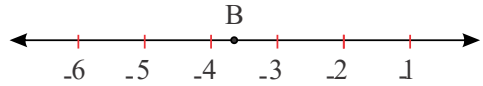
۶۶) در هریک از تمرین‌های زیر، یک محور اعداد رسم و نقطه‌ای روی آن مشخص شده است. (نقاط C و B و C) نقطه مشخص شده روی محور به کدام یک از عددهای داده شده نزدیک‌تر است؟ دلیل بیاورید.

$$\sqrt{79}, \sqrt{98}, \sqrt{81}, \sqrt{85}$$



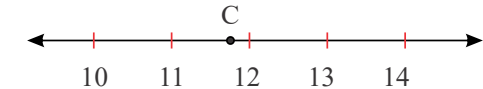
دلیل:

$$-\sqrt{12}, -\sqrt{17}, -\sqrt{15}, -\sqrt{28}$$



دلیل:

$$\sqrt{140}, \sqrt{116}, \sqrt{121}, \sqrt{126}$$



دلیل:

۶۷) نصف 2^9 و ربع 4^7 را به صورت عددهای توان‌دار بنویسید.

۶۸) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} (-10^2)^3 &= & [(-10)^2]^3 &= & (x^2 y^3)^4 &= \\ \left(\frac{x^y}{x^3}\right)^5 &= & [36^5 \div (-3)^5] \div [(-2)^5 \times (-3)^5] &= \end{aligned}$$

۶۹) حاصل هر عبارت را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times 3^{10} \quad \frac{5^6 \times 6^3}{5^4 \times 6^5} \quad \frac{x^y \times y^4}{x^5 \times y^2}$$

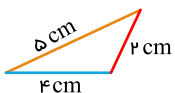
۷۰) مقدار عددی عبارت‌های زیر را به ازای $a = 6$ و $b = -2$ و $c = -4$ به دست آورید.

$$\text{الف) } -2(a + b^2) + \frac{c^2}{b} \quad \text{ب) } \left(\frac{a}{b}\right)^2 + bc - 10$$

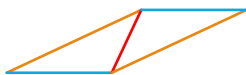
۷۱) حاصل $2^7 + 2^7$ و حاصل $3^5 + 3^5 + 3^5$ را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

۷۲) بیست و هفت برابر عدد 9^5 را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

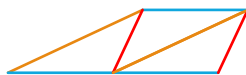
۷۳) الگوی زیر با مثلث‌های هم‌نهشت ساخته می‌شود.



شکل شماره (۱)



شکل شماره (۲)



شکل شماره (۳)

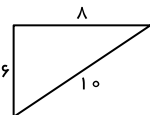
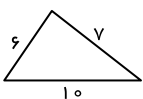
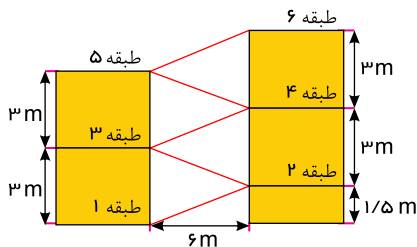
ج) محیط شکل شماره ۶ چقدر است؟

د) محیط شکل شماره ۷ چقدر است؟

الف) دو شکل بعدی را رسم کنید

ب) محیط هر شکل را پیدا کنید.

۷۴) شکل روبه‌رو نمایی از یک توقفگاه طبقاتی را نشان می‌دهد. طول مسیری که هر طبقه را به طبقه بعدی می‌رساند، چقدر است؟



۷۵) کدام مثلث قائم‌الزاویه است؟



۷۶) از معادله زیر مختصات بردار x را بیابید.

$$6\vec{x} = -3\vec{i} + 3\vec{j} + 3 \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

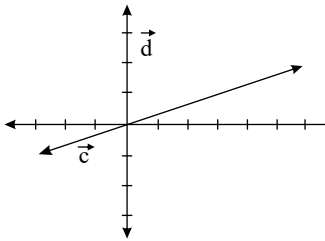
۷۷) معادله مختصاتی مقابل را حل کنید.

$$-4x + 3\vec{i} + 2\vec{j} = \begin{bmatrix} -1 \\ -6 \end{bmatrix}$$

۷۸) اگر $\vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\vec{d} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ ، مختصات بردار y را به دست آورید.

$$3\vec{c} - 4\vec{y} = 2\vec{d} + \vec{c}$$

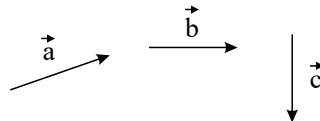
۷۹) با توجه به شکل مقابل:



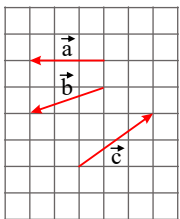
الف) یک تساوی ضرب برداری و یک تساوی مختصاتی بنویسید.

ب) با توجه به بردارهای داده شده بردار d را رسم کنید.

$$\vec{d} = 5\vec{a} - 2\vec{b} - 2\vec{c}$$

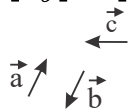


۸۰) با توجه به بردارهای \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} بردار $\vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ را رسم کنید.



۸۱) در تساوی مقابل x و y را بیابید.

$$\begin{bmatrix} x \\ 3y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 9 \end{bmatrix}$$

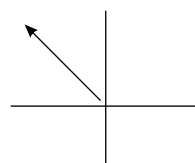
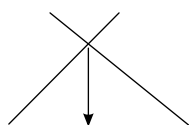
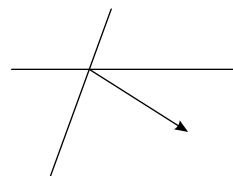
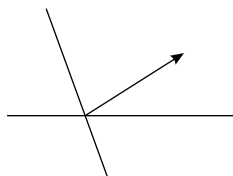


$$\vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$$

۸۲) با توجه به بردارهای a و b و c ، بردار d را رسم کنید.

۸۳) پدری ۴۵ سال دارد. دو فرزند او ۹ و ۱۴ ساله اند. پس از چند سال سن پدر با مجموع سن فرزندانش برابر می شود؟

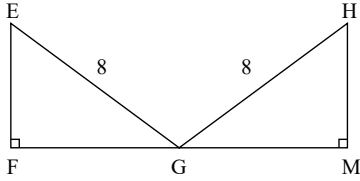
۸۴) بردارهای داده شده را روی امتدادهای رسم شده تجزیه کنید.





۸۵ اگر دو پراکنش زیر را در هم ضرب کنیم، چند جمله خواهیم داشت؟ چرا؟

$$(a + b + c)(z + y + x)$$



۸۶ در شکل زیر G وسط FM است. دلیل هم‌نهشتی مثلث‌های زیر را با ذکر حالت بنویسید.

۸۷ مجموع دو عدد که یکی زوج و دیگری فرد باشد، زوج می‌شود یا فرد؟ چرا؟

۸۸ با توجه به رابطه x و y مقدار y را برای x ‌های مختلف پیدا کنید.

$$y = x - 3$$

$$y = -2x + 1$$

$$y = x^2$$

| x | y |
|-----|-----|
| ۱ | |
| ۰ | |
| ۲ | |
| -۱ | |

| x | y |
|-----|-----|
| ۱ | |
| ۰ | |
| ۲ | |
| -۱ | |

| x | y |
|-----|-----|
| ۲ | |
| -۲ | |
| ۰ | |
| -۱ | |

۸۹ آیا $x = 2$ و $x = -2$ پاسخ معادله $x^2 = 4$ هستند؟ چرا؟

۹۰ مساحت قاعده منشوری (cm^2) ۲۰ و ارتفاع آن (cm) ۴ است. حجم این منشور را با نوشتن رابطه جبری حجم منشورها به دست آورید.

۹۱ ثابت کنید:

الف) حاصل ضرب دو عدد زوج همواره زوج است.

ب) حاصل ضرب یک عدد زوج و فرد همواره زوج است.

۹۲ کرایه ثابت یک دوربین عکاسی ۲۰۰۰۰ تومان است و برای هر ساعت هم ۴۰۰۰ تومان به این عدد اضافه می‌شود.

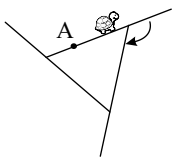
الف) هزینه کرایه این دوربین را به صورت جبری نمایش دهید.

ب) اگر دوربین به مدت ۳ ساعت کرایه شود، چه مبلغی را باید پرداخت کرد؟

۹۳ جمله n ام الگوی عددی $1, 4, 27, 256, \dots$ را بنویسید.

۹۴ اندازه زاویه‌های داخلی و خارجی یک هشت‌ضلعی منتظم را پیدا کنید.

۹۵ لاک‌پشتی روی لبه باغچه‌ای حرکت می‌کند. او در هر گوشه می‌چرخد و روی لبه بعدی قرار می‌گیرد.



الف) این لاک‌پشت در هر گوشه به اندازه زاویه داخلی می‌چرخد یا زاویه خارجی؟ (ب) او حرکتش را از نقطه A شروع کرده است.

تا وقتی دوباره به A برگردد، روی هم چند درجه می‌چرخد؟

ج) این لاک‌پشت برای پیمودن محیط هر یک از باغچه‌های منتظم زیر با شروع از نقطه مشخص شده چند درجه می‌چرخد؟

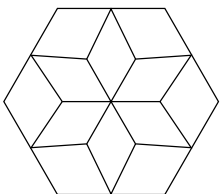


د) در پاسخ قسمت قبل، چه الگویی را مشاهده می‌کنید؟ چرا؟

۹۶ در کاشی کاری روبه‌رو تنها یک نوع کاشی به کار رفته است.

الف) این کاشی چه نوع چهارضلعی‌ای است؟

ب) اندازه هر یک از زاویه‌های آن چقدر است؟



۹۷ با روش غربال عددهای اول بین ۲۰ و ۴۰ را پیدا کنید. در این روش کار، را از خط زدن مضرب‌های کدام عدد شروع می‌کنید و با مضرب‌های

کدام عدد پایان می‌دهید؟

۹۸ مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی محدب $\frac{5}{2}$ مجموع زوایای خارجی آن است. این شکل چندضلعی است؟



۹۹ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\left(-2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}\right) \div \left(-1\frac{1}{4} \times \left(\frac{-2}{5}\right)\right) =$$

$$1 - \frac{1 - 1\frac{1}{2}}{-1 + 1\frac{1}{2}} =$$

۱۰۰ عددهای گویا را روی محور نمایش دهید.

$$-\left(-\frac{2}{3}\right) \quad -1\frac{1}{4} \quad -\frac{-5}{-2}$$

۱۰۱ به سوالات زیر پاسخ دهید:

الف) به هر عدد کسری به صورت $\frac{x}{y}$ که در آن x و y عدد صحیح هستند و $y \neq 0$ چه می‌گوییم؟
ب) بین هر دو عدد صحیح چه تعداد عدد گویا وجود دارد؟

۱۰۲ به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) حاصل جمع کوچک‌ترین عدد طبیعی و بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی چند است؟

ب) آیا $-\frac{\sqrt{81}}{9}$ عددی صحیح است؟

ج) حاصل عبارت $\underbrace{-(-(-\dots(-19)\dots))}_{401 \text{ منفی}}$ برابر چند است؟

۱۰۳ کدام از اعداد مقابل، مرکب است؟ ۲۹، ۳۹، ۴۵، ۵۳، ۷۱، ۹۱، ۹۳

۱۰۴ الف) عدد اول را تعریف کنید.

ب) دو عدد مرکب مثال بنویسید که نسبت به هم اول باشند.

۱۰۵ هر یک از عبارت‌های زیر چه عددی را نشان می‌دهد؟

بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی:

کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت:

کوچک‌ترین عدد فرد طبیعی دو رقمی:

کوچک‌ترین عدد طبیعی:

کوچک‌ترین عدد زوج طبیعی:

بزرگ‌ترین عدد زوج طبیعی سه رقمی:

۱۰۶ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-8 + 6 - 12 + 14 - 20 + 22 =$$

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 =$$

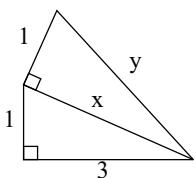
$$3 - 4 \times 5 =$$

$$-8 + 7 - 6 + 8 - 7 + 6 =$$

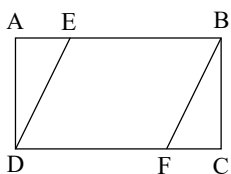
$$3 - (2 - (1 - 7) - 1) =$$

$$-8 - 4 \div 2 =$$

۱۰۷ x و y را به دست آورید.

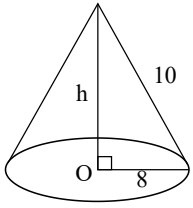


۱۰۸ چهارضلعی $ABCD$ مستطیل است و $AE = CF$. چرا چهارضلعی $EDFB$ متوازی‌الاضلاع است. (ابتدا ثابت کنید $\triangle AED = \triangle BCF$)

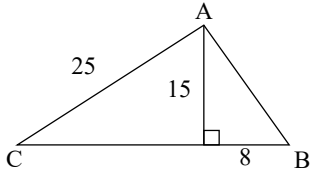




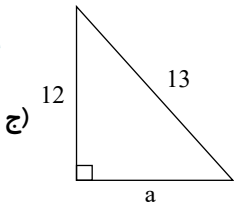
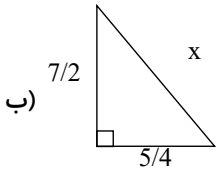
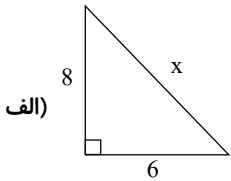
۱۰۹ شکل زیر مخروط است. ارتفاع مخروط (h) را به دست آورید.



۱۱۰ محیط و مساحت مثلث ABC را حساب کنید.

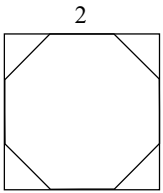


۱۱۱ در مثلث‌های قائم‌الزاویه زیر اندازه ضلع مجهول را به دست آورید.

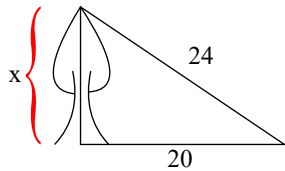


۱۱۲ در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقینی اندازه وتر ۶ است. اندازه ارتفاع وارد بر وتر را به دست آورید.

۱۱۳ در شکل زیر یک هشت ضلعی منتظم به ضلع ۲ در یک مربع قرار گرفته است. مساحت هشت ضلعی را به دست آورید.

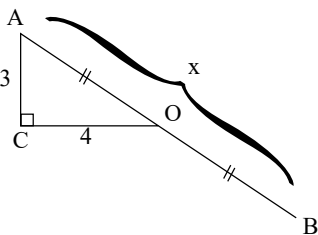


۱۱۴ نسبت طول ضلع‌های زاویه قائمه در مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۲ به ۳ است. اگر مساحت مثلث ۲۷ باشد، طول وتر را به دست آورید.

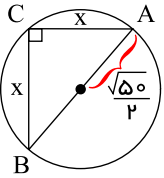


۱۱۵ در شکل مقابل ارتفاع تقریبی درخت چقدر است؟

۱۱۶ باتوجه به شکل زیر الف) مقدار x چقدر است؟ ب) اگر O وسط پاره‌خط AB باشد، اندازه‌ی AB چقدر است؟



۱۱۷ آیا اندازه سه ضلع یک مثلث قائم‌الزاویه می‌تواند $1/6$ و $1/4$ و ۲ سانتی‌متر باشد؟



۱۱۸ در دایره‌ی زیر به مرکز O که AB قطر آن است، مقدار x را حساب کنید.

۱۱۹ معدل ایلیا در ۵ درس ۱۸ شده است. اگر درس ششم را ۱۷ بگیرد، معدل او چه تغییری می‌کند؟

۱۲۰ برای نشان دادن تغییرات در یک بازه‌ی زمانی از نمودار استفاده می‌کنیم.

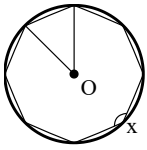
۱۲۱ اندازه هر زاویه مرکزی کمان مقابلش است.

۱۲۲ $\frac{1}{360}$ محیط دایره را می‌گیریم.

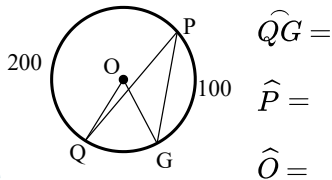
۱۲۳ وضع یک خط و دایره به و بستگی دارد.

۱۲۴ محیط دایره درجه است.

۱۲۵ دایره مقابل به ۸ کمان مساوی تقسیم شده است. اندازه زوایای \hat{X} و \hat{O} را به دست آورید؟



۱۲۶ مقادیر خواسته شده را به دست آورید.

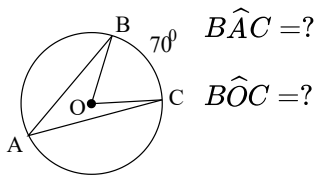


$$\hat{Q}G =$$

$$\hat{P} =$$

$$\hat{O} =$$

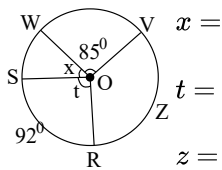
۱۲۷ در شکل زیر $\widehat{BC} = 70^\circ$ است. اندازه‌های خواسته شده را محاسبه کنید.



$$70^\circ \quad \widehat{BAC} = ?$$

$$\widehat{BOC} = ?$$

۱۲۸ در شکل مقابل O مرکز دایره است. مقادیر مجهول را بیابید؟ $\widehat{WS} = 45^\circ$

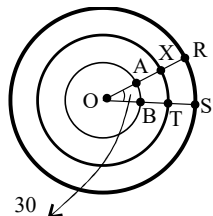


$$x =$$

$$t =$$

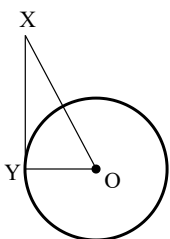
$$z =$$

۱۲۹ در شکل‌های زیر کمان‌های \widehat{AB} ، \widehat{XT} ، \widehat{RS} چند درجه‌اند؟



$$30$$

۱۳۰ در شکل مقابل اندازه پاره خط \overline{XY} را بیابید. $XO = 25$ و شعاع $Y = 7$





۱۳۱ به جای \square علامت نامساوی مناسب را قرار دهید.

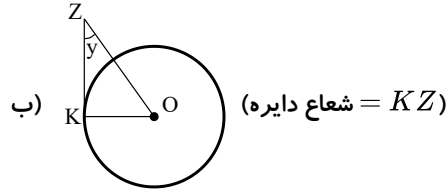
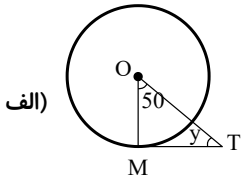
الف) $\sqrt{1^\circ} \square \sqrt{1}$

ج) $\sqrt{36} \square 6$

ب) $\sqrt{0,01} \square 0,01$

د) $\sqrt{0,25} \square (0,5)^2$

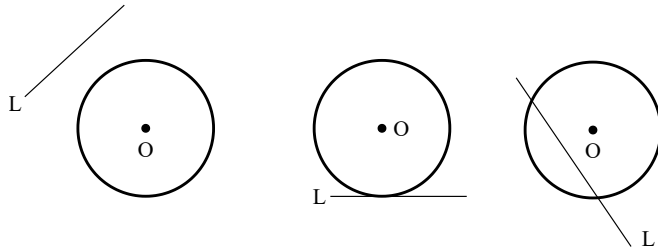
۱۳۲ مقدار y را در شکل‌های مقابل محاسبه کنید.



۱۳۳ حاصل عبارت زیر را به‌ازای $a = 3$ به‌دست آورید.

$$2^{a-1} \times 4^{a-2} \times 4^{5-a} + 1^{3a} =$$

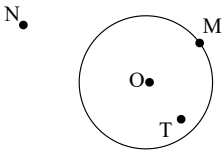
۱۳۴ خط تقارن هر یک از شکل‌های زیر را رسم کنید، به‌طوری که زاویه بین خط L و خط تقارن 90° باشد.



۱۳۵ مکعب اعداد $2, -2, \frac{1}{2}, \frac{-1}{2}$ را به‌دست آورده و باهم مقایسه کنید. آیا مکعب تمام اعداد دارای علامت مثبت هستند؟

۱۳۶ حالات خط و دایره را نسبت به هم رسم و توضیح کامل دهید.

۱۳۷ از هر یک از نقاط N, T, M چند مماس بر دایره می‌توان رسم کرد؟



۱۳۸ حاصل هریک را بنویسید.

الف) $\sqrt{100} + \sqrt{169} - \sqrt{121} =$

ب) $\sqrt{72} =$

ج) $\sqrt{0,0000009} =$

۱۳۹ جدول زیر را کامل کرده و بگویید جذر تقریبی ۵۵ کدام است؟

| عدد | $7,1$ | $7,2$ | $7,3$ | $7,4$ | $7,5$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| مجزور | | | | | |

۱۴۰ تا حد امکان کسرهای زیر را ساده کنید.

الف) $\frac{16^6 \times 16^2 \times 2^{10}}{4^{21}} =$

ب) $\frac{2^{13} \times 12^{13}}{2^{17} \times 24^{15}} =$

ج) $\frac{18^9 \times 9^{18}}{3^6 \times 6^3} =$

۱۴۱ تا حد امکان ساده کنید.

الف) $\frac{7^{17}}{(49)^5}$

ب) $\frac{5^7 \times 20^6}{15^6 \times 5^5}$

ج) $\frac{(-3)^9 \times 6^{11}}{6^{13} \times (-3)^7}$



۱۴۲) به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$۱) ((-۴۵)^{۲۸} \times ۲^{۲۸}) \div (۲^{۲۸} \times ۳^{۲۸} \times ۵^{۲۸}) =$$

$$۲) (-۶^۲)^۵ \div (۱۸^{۲۵} \div ۳۶^{۲۵}) =$$

۱۴۳) جاهای خالی را پر کنید.

۱) مجذور عدد برابر ۲٫۲۵ است.

۲) جذر تقریبی عدد ۳۷ تا یک رقم اعشار است.

۳) $5 + \sqrt{2}$ - بین و قرار دارد.

۱۴۴) جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

$$\text{الف) } \sqrt{\frac{۲۵}{۳۶}} = \frac{\circ}{\circ}$$

$$\text{ج) } \sqrt{\frac{۹}{\circ}} = \frac{\circ}{۱۶}$$

$$\text{ب) } \sqrt{\frac{\circ}{\circ}} = ۰٫۳$$

$$\text{د) } \sqrt{\frac{۴۹}{\circ}} = \frac{\circ}{۲۵}$$

۱۴۵) عدد $۹^{۲۰}$ چند برابر $۳^{۳۰}$ است؟

۱۴۶) مساحت دایره‌ای به شعاع $۹^۵$ را به دست آورید. ($\pi \simeq ۳$)

۱۴۷) بردار $\vec{k} = -۴\vec{i} + ۳\vec{j}$ را در صفحه مختصاتی رسم کرده و بردار $\vec{x} = \begin{bmatrix} +۵ \\ -۱ \end{bmatrix}$ را از انتهای بردار \vec{k} رسم کرده و بردار حاصل جمع \vec{x} و \vec{k} را رسم نمایید و مختصات آن را به دست آورید.

۱۴۸) اگر $\vec{a} = -۲\vec{i}$ ، $\vec{b} = -۲\vec{i} - \vec{j}$ و $\vec{c} = -۳\vec{j}$ باشد مختصات بردار زیر را بیابید.

$$\vec{h} = ۵\vec{a} - \frac{۱}{۲} \times \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

۱۴۹) در جاهای خالی عدد، کلمه یا حروف مناسب قرار دهید.

الف) بردار $\vec{r} = -\vec{j}$ موازی محور است.

ب) بردارهای $\vec{a} = ۳\vec{j}$ و $\vec{b} = -۵\vec{j}$ با یکدیگر هستند.

پ) بردارهای $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}$ را بردارهای می‌گویند و آنها را به ترتیب با و نشان می‌دهند.

ت) اگر $\vec{m} = \begin{bmatrix} ۹ \\ -۶ \end{bmatrix}$ باشد مختصات آن بر اساس بردارهای واحد مختصاتی می‌باشد.

ث) دو بردار $\vec{m} = -۲\vec{j}$ و $\vec{n} = ۱۰\vec{j}$ با هم زاویه می‌سازند.

۱۵۰) در عبارت زیر مقادیر x و y را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} ۲x - ۱ \\ ۴ \end{bmatrix} + ۲ \begin{bmatrix} -۴ \\ y \end{bmatrix} = ۳ \begin{bmatrix} ۲ \\ -۴ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -x + ۱ \\ ۲y \end{bmatrix}$$

$$\text{الف) } \square \times \begin{bmatrix} -۱ \\ ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۵ \\ +۱۵ \end{bmatrix}$$

$$\text{ب) } \square \times \begin{bmatrix} -۲۸ \\ -۲۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۷ \\ -۵ \end{bmatrix}$$

$$\text{پ) } \square \times \begin{bmatrix} -۳۰ \\ +۶ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +۱۲۰ \\ -۲۴ \end{bmatrix}$$

۱۵۱) در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.



۱۵۲) در جاهای خالی کلمه، عدد یا حروف مناسب قرار دهید.

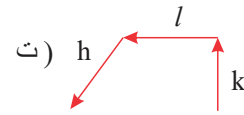
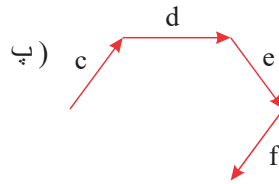
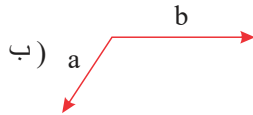
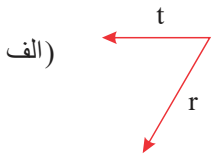
الف) زمانی که عددی در بردار ضرب می‌شود اگر عدد بین ۰ و -۱ باشد جهت بردار

ب) اگر $\vec{k} = -\vec{m}$ باشد، می‌گوییم دو بردار \vec{m} و \vec{k} هستند.

پ) در معادله $\begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} +9 \\ -4 \end{bmatrix}$ مختصات \vec{x} خواهد بود.

ت) زمانی که عددی در بردار ضرب می‌شود، اگر عدد بزرگ‌تر از صفر باشد، جهت بردار

۱۵۳) ابتدا بردار برآیند بردارهای زیر را رسم کنید و سپس حاصل جمع برداری آنها را بنویسید.



۱۵۴) اگر $7m - 3n = 1 + 2P$ ، حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$7am - 3an - 2ap + 7bm - 3bn - 2bp$$

۱۵۵) برای تساوی روبه‌رو، چهار پاسخ مختلف (تکریمی) به‌دست آورید.

$$(\square, 4) = 1$$

۱۵۶) اگر x حاصل ضرب اعداد ۱ تا ۱۰۰ باشد، $x + 1$ چند مقسوم‌علیه (شمارنده) دورقمی دارد؟

۱۵۷) حاصل ضرب دو عدد اول همواره است.

۱۵۸) مقدار عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

الف)
$$\frac{-5 - (-17 + 12)}{3 - (-7) + (-19)} =$$

ب)
$$\frac{(-54) \times (-52) \times 57}{38 \times 13 \times (-11)} =$$

ج)
$$2 - 2 [3 - 3(7 - 8)^4 + 2] =$$

الف)
$$- [2^3 \times 3] + [-2^2 \times 3 + 4^2] =$$

ب)
$$-11^2 - 5 \times 4^2 + 3 \times (4^3 - 1) =$$

ج)
$$\sqrt{\sqrt{16} - 2[5 - 4 \times 3 - 11]} =$$

د)
$$8 - 5 \left[5 + 2(16 - \sqrt{64} \times \sqrt{\frac{-24}{-6}} + 19) \right] =$$

ه)
$$\frac{24 - 14 \times 2 + 30}{18 - (15 - 2 \times 5)} =$$

۱۵۹) مقدار عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

۱۶۰) الف) با استفاده از محور اعداد گویا، قرینه عدد $4,8 -$ را نسبت به عدد $2\frac{1}{5}$ به‌دست آورید.

ب) سپس قرینه $3 +$ را نسبت به -1 به‌دست آورید. (با فرمول)

۱۶۱) بین دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{6}$ هفت کسر بنویسید.



۱۶۲ اگر $A = -۰٫۷$ و $B = +\frac{۲}{۴}$ و $C = -۰٫۸$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$A \times B \times C$$

۱۶۳ مقدار x را بیابید.

الف) $\frac{x}{۲۷} = \frac{۳}{x}$

ب) $\frac{-۳x}{۱۲} = \frac{۴۰}{۷۲}$

ج) $\frac{(۲۰, ۵)}{[۱۲, ۳]} = \frac{x}{۱۵}$

د) $\frac{x}{-۵} = \frac{-۲۰}{۲۵}$

۱۶۴ انتهای حرکتی به اندازه $۳\frac{۲}{۳}$ - نقطه $\frac{-۲}{۴}$ است. نقطه شروع حرکت را مشخص کنید.

۱۶۵ اختلاف مجذور $۰٫۶$ و مکعب عدد $۱\frac{۱}{۲}$ را حساب کنید.

۱۶۶ حاصل هر یک از تقسیم‌های زیر را به دست آورید. (به ساده‌ترین صورت)

الف) $\frac{۹}{۲۷} \div \frac{-۳}{۲۷} =$

ب) $۰٫۶ \div (-۶\frac{۱}{۴}) =$

ج) $-(-\frac{۵}{۱۴}) \div ۲\frac{۳}{۲۸} =$

د) $۱۴\frac{۲}{۷} \div (-۶) =$

۱۶۷ مقدار b را در عبارت‌های زیر به دست آورید.

الف) $\frac{-۱\frac{۴}{۶}}{-\frac{۵}{۶}} = \frac{-b}{۴}$

ب) $\frac{-b}{\sqrt{۸۱}} = \frac{-\sqrt{۱۶ \times ۴}}{۴۰}$

۱۶۸ مقدار عبارت‌های زیر را حساب کنید.

الف) $\frac{-۷}{۱۹} - \frac{۱۲}{۴} + \frac{۱}{۲} - \frac{۶}{۵۷} =$

ب) $-۸\frac{۶۰}{۶۰} + ۱۵\frac{۳۱}{۳۱} - ۷\frac{۵}{۵} + ۱۴\frac{۱۰}{۱۰} - ۱۰ =$

ج) $-۱۵ - \frac{۳}{۱۱} =$

د) $-۰٫۳۰۸ - ۰٫۹۲ =$

ه) $-(-(-\frac{۱}{-۵})) - (\frac{-۱}{-۳}) =$

۱۶۹ جملات درست را با \checkmark و جملات نادرست را با \times مشخص کنید.

الف) بزرگ‌ترین عدد صحیح نامثبت صفر است.

ب) $-\frac{۲}{۳} = \frac{۲}{-۳} = \frac{-۲}{۳}$



پ بین دو عدد $10\frac{4}{5}$ و $13\frac{5}{8}$ ، چهار عدد صحیح وجود دارد.

ت بین هر دو عدد گویا، بی‌شمار عدد گویای دیگر وجود دارد.

ث مجذور $\frac{4}{8}$ برابر است با $\frac{4^2}{8}$.

۱۷۰ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف فقط یک جفت عدد طبیعی متوالی وجود دارد که هر دو اول باشند.

ب تنها مقسوم‌علیه اول هر عدد، خود آن عدد است.

پ در مضارب طبیعی یک عدد اول، فقط یک عدد غیرمربک وجود دارد.

ت بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد طبیعی، عددی مرکب است.

ث هر عدد اول نسبت به همه عددهای طبیعی کوچک‌تر از خود اول است.

۱۷۱ عبارت‌های درست و نادرست را مشخص کنید.

الف برای مقایسه تعداد انواع کتاب‌های موجود در کتابخانه مدرسه از نمودار ستونی استفاده می‌کنیم.

ب یکی از کاربردهای نمودار دایره‌ای مقایسه داده با داده دیگر است.

پ جهت نمایش میزان بارندگی در شهرهای مختلف در یک روز از نمودار خط شکسته استفاده می‌کنیم.

۱۷۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف اگر احتمال پیشامدی صفر باشد یعنی پیشامد و اگر احتمال پیشامدی یک باشد یعنی پیشامد

ب در پرتاب سکه احتمال رو آمدن و پشت آمدن است.

پ در پرتاب ۲ سکه تعداد حالت‌های ممکن حالت است.

ت احتمال رخ دادن یک پیشامد برابر تعداد تقسیم بر است.

۱۷۳ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف

$$\left(\frac{3}{5} - \left(+\frac{2}{5}\right)\right) \times \frac{5}{12} =$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right) \div \left(-\frac{2}{5} + \frac{5}{6}\right) =$$

ب

$$\left(\frac{2}{5} - \frac{3}{5} - \frac{7}{5} + \frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) =$$

$$\left(-\frac{3}{8} + \frac{1}{6} - \frac{8}{9}\right) \div \left(\frac{-7}{24}\right) =$$

ج

$$(-2 + 3 - 7) + \left(-\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{15}\right) =$$

$$-1\frac{1}{2} \times \left(-3\frac{1}{3}\right) =$$

ت

$$-4\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{4} =$$

$$-1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} \times \left(\frac{-8}{5}\right) =$$

۱۷۴ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.



الف) حاصل عبارت $3x - 3y$ همواره برابر صفر است.

ب) اگر بخواهیم محیط یک مستطیل به طول x و عرض y را با یک عبارت جبری نمایش دهیم به صورت $2x + y$ است.

پ

جمله m ام عبارت زیر $n + 6$ است.

۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ۳۰, ...

۱۷۵) درستی و نادرستی گزاره‌های زیر را بررسی کنید.

الف) اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی بر شکل دیگر کامل منطبق کنیم، دو شکل هم‌نهشت داریم.

ب) اگر ضلع‌های دو شکل مساوی و موازی باشند، آن دو شکل می‌توانند هم‌نهشت نباشند.

۱۷۶) درستی و نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر دو ضلع و زاویه بین از مثلثی با دو ضلع و زاویه‌ی بین متناظر از مثلث دیگری باهم برابر باشند، دو مثلث هم‌نهشت‌اند.

۱۷۷) درستی و نادرستی گزاره‌های زیر را بنویسید

الف) نقطه‌ای که روی عمود منصف یک پاره‌خط وجود دارد از دو سر پاره خط به یک اندازه است.

ب) همه نقطه‌ها روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله نیست.

۱۷۸) درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را با علامت \checkmark یا \times تعیین کنید.

الف) زوج ضلعی‌های منتظم، مرکز تقارن ندارند.

ب) مثلثی با اضلاع ۳ و ۴ و ۵ مثلث قائم‌الزاویه است.

پ) تنها عدد صحیحی که معکوس ندارد، عدد یک است.

ت) علم آمار، علم جمع‌آوری، سازماندهی و تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده‌ها) است.

۱۷۹) پاسخ صحیح را مشخص کنید.

الف) اعداد صحیح بین ۳- و ۴+ چندتا است؟

الف) ۵ (ب) ۶ (ج) ۷ (د) ۸

ب) کدام عدد اول است؟

الف) ۹۹ (ب) ۱۰۹ (ج) ۱۱۹ (د) ۱۲۹

پ) دو خط عمود بر یک خط با هم هستند.

الف) مساوی (ب) موازی (ج) عمود (د) متقاطع

ت) در هر متوازی‌الاضلاع قطرها

الف) یکدیگر را نصف می‌کنند (ب) مساوی‌اند (ج) عمودند (د) عمودمنصف‌اند

ث) شش ضلعی منتظم محور تقارن دارد.

الف) ۳ (ب) ندارد (ج) ۶ (د) ۱۲

۱۸۰) درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر ب.م.م صورت و مخرج یک کسر برابر عدد ۱ باشد، کسر ساده نخواهد شد.

ب) هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع، هم‌نهشت هستند.

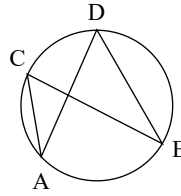
پ) اگر همه داده‌های آماری را در ۵ ضرب کنیم، دامنه تغییرات ۵ برابر می‌شود.

ت) عدد $\sqrt{13}$ بین دو عدد طبیعی متوالی ۴ و ۵ قرار دارد.

ث) کمان مقابل به زاویه‌ی محاطی 70° برابر 140° است.



۱۸۱) اندازه زاویه‌ها و کمان‌های مجهول را پیدا کنید. ($\hat{C} = 57^\circ$)



$$AB =$$

$$\hat{AOB} =$$

$$\hat{D} =$$

۱۸۲) حاصل عبارت‌های زیر را به صورت توان‌دار بنویسید.

۱) $2^2 \times 3^2 \times 6^5 =$

۲) $(5^2)^3 \div 5^2 =$

۳) $(\frac{2}{3})^8 \times (\frac{2}{3})^6 \times (\frac{2}{8})^\circ =$

۱۸۳) حاصل جمع سه عد متوالی طبیعی ۳۰ شده است. کوچک‌ترین این اعداد را با معادله به دست آورید.

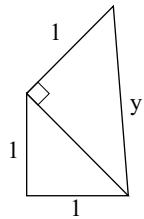
۱۸۴) میانگین نمرات ۵ درس مریم ۱۸٫۲۵ است. اگر به یکی از درس‌هایش ۲ نمره اضافه شود، میانگین جدید را به دست آورید؟

۱۸۵) جدول زیر را کامل کنید؟

| مرکز دسته \times فراوانی | مرکز دسته | فراوانی | خط نشان | حدود دسته |
|----------------------------|-----------|---------|---------|-----------------|
| ۸۰ | | | | $6 \leq x < 14$ |

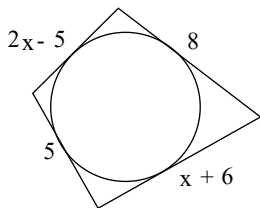
۱۸۶) آیا مثلثی با اضلاع ۳، ۷، ۹ قائم‌الزاویه است؟ چرا؟

۱۸۷) مقدار مجهول را بدست آورید.



۱۸۸) اگر اندازه هر زاویه داخلی یک چندضلعی منتظم ۱۳۵ درجه باشد، تعداد اضلاع این چندضلعی را مشخص کنید.

۱۸۹) محیط چهارضلعی محیط بر دایره مقابل را به دست آورید.



۱۹۰) مجموع زوایای داخلی و خارجی یک چندضلعی منتظم ۲۱۶۰ درجه می‌باشد.

الف) اندازه هر زاویه داخلی آن چند درجه است؟

ب) آیا این شکل مرکز تقارن دارد؟ چرا؟

۱۹۱) در غربال اعداد ۱ تا ۱۳۰ به سؤالات زیر پاسخ دهید.

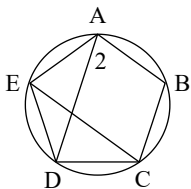
الف) عدد ۹۱ ابتدا در مضارب کدام عدد اول خط می‌خورد؟

ب) آخرین عددی که خط می‌خورد، مضرب کدام عدد اول است؟

۱۹۲)

با توجه به اندازه‌های روی هر شکل، اندازه‌ها و کمان‌های خواسته شده را پیدا کنید:

پنج‌ضلعی $ABCDE$ منتظم است.



$$\hat{A}_p =$$

$$\hat{DE} =$$

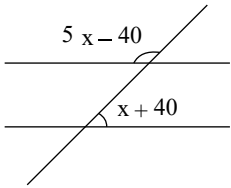


۱۹۳) حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین صورت بنویسید:

۱) $- ۲۷ - ۲۵ - ۲۳ - \dots + ۲۳ =$

۲) $(-۳,۲۳ + ۱۱,۷۳) \div \left(۱\frac{۲}{۳} - ۲\frac{۴}{۵} \right)$

۱۹۴) در شکل روبه‌رو مقدار x را به دست آورید.



۱۹۵) ابتدا جدول زیر را کامل کنید. سپس میانگین داده‌ها را به دست آورید.

| دسته‌ها | فراوانی | میانگین دسته | متوسط \times فراوانی |
|---------------------|---------|--------------|------------------------|
| $0 \leq x < 10$ | | | ۲۵ |
| $10 \leq x \leq 20$ | | | |
| جمع | ۲۵ | | |

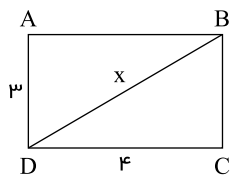
۱۹۶) در کیسه‌ای ۵ مهره قرمز و ۶ مهره آبی و ۴ مهره سبز داریم. یک مهره از داخل کیسه خارج می‌کنیم. احتمال اینکه این مهره آبی باشد، چند برابر احتمال آن است که مهره سبز باشد؟

۱۹۷) مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x = -۲$ و $y = ۶$ و $a = -۱$ و $b = \frac{1}{۲}$ به دست آورید.

$$\frac{ax^2 - b(x - y^2)}{2axy + \left(\frac{y}{x}\right)^3 - \frac{2}{b^2}}$$

۱۹۸) اگر $\vec{a} = ۲\vec{i} - ۳\vec{j}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۲ \end{bmatrix}$ باشد بردار x را از معادله زیر پیدا کنید.

$$۲\vec{x} - \vec{j} = ۲\vec{a} - \vec{b}$$

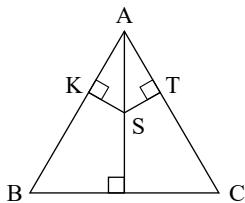


۱۹۹) اگر طول و عرض یک مستطیل ۴ و ۳ واحد باشد، اندازه قطر مستطیل را حساب کنید.

۲۰۰) در شکل مقابل $KS = TS$ است.

(۱) دلیل و حالت هم‌نهشتی مثلث‌های AKS و ATS را بنویسید.

(۲) تساوی بین اجزای متناظر در مثلث را بنویسید.

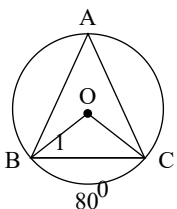


۲۰۱) در یک ضلعی منتظم هر زاویه داخلی ۱۶۵ درجه می‌باشد.

الف) n را به دست آورید.

ب) مجموع زاویه‌های داخلی را به دست آورید.

۲۰۲) مقادیر خواسته شده را به دست آورید.



$$\hat{A} = \dots \quad \hat{B} \hat{O} C =$$

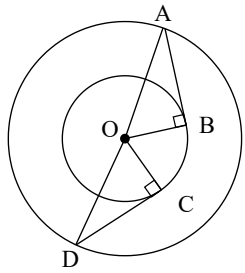
$$\hat{B}_1 = \dots \quad \hat{B} \hat{A} C \dots$$



۲۰۳ الف) جدول زیر را کامل کنید.

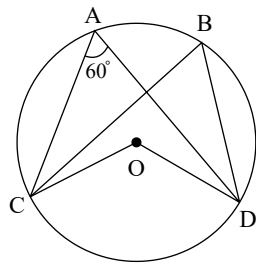
ب) میانگین داده‌ها را به دست آورید.

| حدود دسته | خط نشان | فراوانی | مرکز دسته | فراوانی × مرکز دسته |
|-----------------|---------|---------|-----------|---------------------|
| $0 < x \leq 6$ | | ۱۱ | | |
| $6 < x \leq ۱۲$ | | | | ۳۶ |
| | | | | |
| جمع | - | ۲۲ | - | |

۲۰۴ الف) با توجه به شکل مقابل، دلیل هم‌نهشتی دو مثلث OAB و OCD را بنویسید. (O مرکز دایره است).

$$\widehat{AB} = \quad \hat{A} =$$

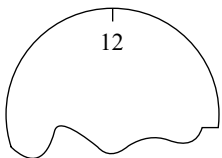
ب. تساوی‌های زیر را کامل کنید.

۲۰۵ الف) در شکل مقابل O مرکز دایره و $\hat{A} = 60^\circ$ است. اندازه زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.

$$\widehat{DOC} = \quad \hat{B} =$$

ب. دو زاویه محاطی مساوی با زاویه A بکشید و نام‌گذاری کنید.

۲۰۶ قسمتی از ساعت دیواری دایره‌ای شکل قدیمی پیدا شده است. با استفاده از رسم هندسی مرکز قرار گرفتن عقربه‌ها را پیدا کنید.





۲۰۷ نمرات ریاضی یک کلاس به صورت زیر است:

۲, ۱۷, ۱۹, ۵, ۱۹, ۱۷, ۱۹, ۱۱, ۱۸, ۵, ۲۰, ۱۸, ۴, ۱۸, ۱۰, ۱۲, ۲, ۱۸, ۱۳, ۹, ۱۴, ۲۰, ۱۲, ۲۰, ۲۰, ۲۰, ۱۹, ۰, ۱۶, ۱۹

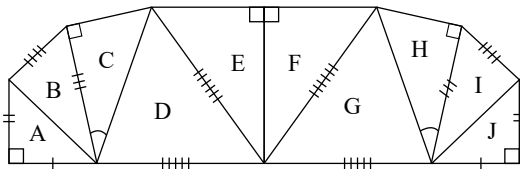
الف. دامنه تغییرات را به دست آورید؟

ب. داده‌ها را به ۵ دسته تقسیم کنید و جدول داده‌ها را کامل کنید.

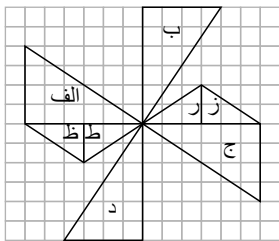
| دسته | چوب خط | فراوانی | متوسط دسته | فراوانی \times متوسط دسته |
|------|--------|---------|------------|-----------------------------|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| جمع | | | | |

پ. میانگین وزنی داده‌ها را به دست آورید.

۲۰۸ با توجه به علامت‌های شکل زیر، مثلث‌های هم‌نهشت را پیدا کنید و حالت هم‌نهشتی هر جفت را بیان کنید.



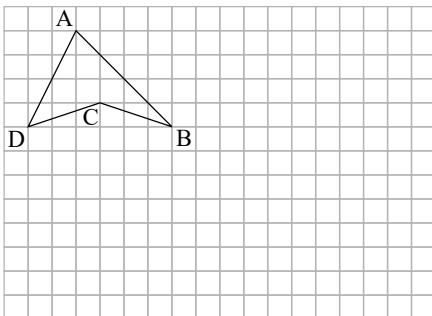
۲۰۹ مثلث‌های هم‌نهشت شکل زیر با چه تبدیل‌هایی برهم منطبق شده‌اند؟ نام ببرید.



۲۱۰ الف. چهارضلعی $ABCD$ را 180° حول نقطه B دوران دهید و $MNPQ$ بنامید. ب.

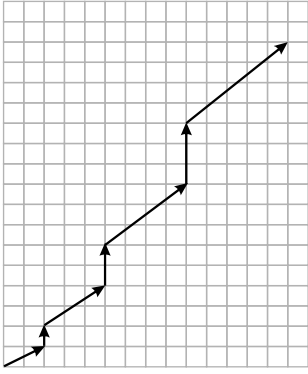
$MNPQ$ را با بردار $\begin{bmatrix} -5 \\ -4 \end{bmatrix}$ انتقال دهید و آن را $M'N'P'Q'$ بنامید.

پ. اجزای متناظر در دو چهارضلعی را مشخص کنید.





۲۱۱) یک روبات برنامه ریزی شده به صورت مقابل از مبدأ مختصات حرکت می کند. الگوی حرکت روبات را کشف کنید و توضیح دهید پس از حرکت هشتم روبات به کدام نقطه می رسد.

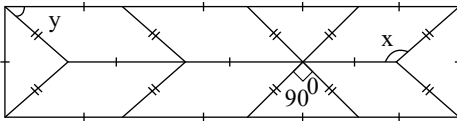


۲۱۲) محیط مستطیلی ۸۰ متر و طول آن ۴ برابر عرض آن است. مساحت مستطیل را به دست آورید.

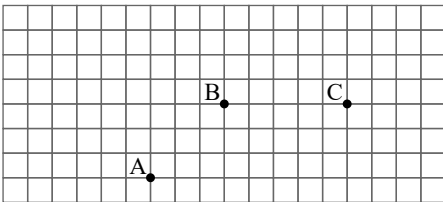
۲۱۳) به ازای مقادیر داده شده برای a و b حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

| | | | |
|-------------|----|----|---|
| a | ۰ | -۲ | ۱ |
| b | -۱ | -۳ | ۲ |
| $-۳a + b^۲$ | | | |
| $۵a - ۲b$ | | | |

۲۱۴) مستطیل زیر، کاشی کاری با چند نوع کاشی می باشد. اندازه زاویه های خواسته شده را به دست آورید.



۲۱۵) یک متوازی الاضلاع رسم کنید که نقاط A , B و C رأس های آن باشد و رأس چهارم را D بنامید. چند متوازی الاضلاع با این شرط می توان رسم کرد؟



۲۱۶) عددهای زیر را در جای مناسب بنویسید.

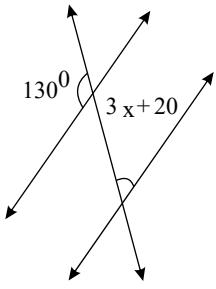
$$۰,۳۶۹, -۲\frac{1}{۲}, \sqrt{۲}, -۳,۵, -۱\frac{۷}{۹}, -\sqrt{۱}, \frac{۳۹۵}{۱۰۰}$$

| | | | | | | |
|----------|------------------|------------------|-----------------|----------------|----------------|------------|
| $x < -۳$ | $-۳ \leq x < -۲$ | $-۲ \leq x < -۱$ | $-۱ \leq x < ۰$ | $۰ \leq x < ۱$ | $۱ \leq x < ۲$ | $x \geq ۲$ |
| | | | | | | |

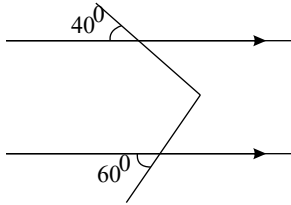
۲۱۷) در شکل های زیر مقدار X را حساب کنید.



الف



ب



۲۱۸ جاهای خالی را با اعداد و کلمات مناسب کامل کنید.

الف) حاصل تقسیم هر عدد بر قرینه‌اش مساوی است.

ب) یک ۹ ضلعی دارای محور تقارن است و مرکز تقارن

پ) حاصل $a \times a^3$ برابر است.

۲۱۹ عبارت‌های صحیح را با علامت \checkmark و عبارت‌های غلط را با علامت \times مشخص کنید.

الف) اعداد اول، هیچ‌گاه زوج نیستند.

ب) مجموع دو عدد فرد حتما فرد است.

پ) بردار $3\vec{j} - 3\vec{i}$ موازی محور طول‌ها است.

ت) دو وتر مساوی دارای کمان‌های مساوی است

ث) با هر چهارضلعی می‌توان کاشی‌کاری کرد.

۲۲۰ درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را بررسی کنید.

الف) عبارت‌های $a^2 + 9$ و $(a + 3)^2$ با هم برابر هستند.

ب) بردارهای \vec{a} و $-3\vec{a}$ هم‌راستا هستند.

پ) جذر عدد $\sqrt{16}$ برابر با عدد ۴ است.

۲۲۱ عبارات زیر را کامل کنید.

الف) حاصل عبارت $(\frac{-4}{3}) \times \frac{5}{4} \times (\frac{-6}{5}) \dots \times \frac{47}{46} \times (\frac{-48}{47})$ برابر با عدد است.

ب) عدد $\sqrt{27} -$ بین دو عدد صحیح متوالی و قرار دارد.

پ) اگر اندازه هر زاویه خارجی یک n ضلعی منتظم ۱۵ درجه باشد، اندازه n برابر است.

ت) تعداد ارقام عدد 20^8 برابر با است.

۲۲۲ گزینه درست را انتخاب کنید.

الف) طول یک کمان $\frac{1}{5}$ محیط دایره است. اندازه زاویه محاطی مقابل به این کمان چند درجه است؟

الف) ۷۲ (ب) ۳۶ (ج) ۱۴۴ (د) ۱۸



ب اگر به هر داده ۵ واحد اضافه کنیم، میانگین داده‌ها چه تغییری می‌کند؟

الف) تغییر نمی‌کند ب) ۵ برابر می‌شود ج) ۵ واحد اضافه می‌شود د) ۵ واحد کم می‌شود.

ب فاصله یک خط تا مرکز دایره $\frac{2}{3}$ برابر شعاع دایره است. خط و دایره چند نقطه مشترک دارند؟

الف) صفر ب) یک ج) دو د) اطلاعات کافی نیست

۲۲۳ حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف

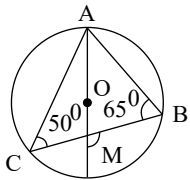
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{9900} =$$

ب

$$\sqrt{\sqrt{45} + \sqrt{6 + 2\sqrt{16 + 9}}} =$$

۲۲۴ در شکل‌های زیر اندازه زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را بدست آورید.

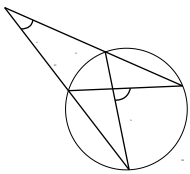
الف



$$\hat{A} =$$

$$\hat{M} =$$

ب



$$\hat{a} =$$

$$\hat{b} =$$

۲۲۵ جملات درست و نادرست را مشخص کنید.

الف) صفر تنها عددی است که معکوس ندارد.

ب) هر نقطه روی عمود منصف یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است.

پ) فاصله بین بزرگ‌ترین داده و کوچک‌ترین داده را طول دسته می‌گویند.



پاسخنامه تشریحی

۱

بزرگ‌ترین: $\frac{19}{4}$ کوچک‌ترین: $-\frac{13}{6}$

$$\frac{4}{5} = \frac{48}{60} \quad \text{و} \quad -\frac{13}{60} = -\frac{130}{60} \quad \text{و} \quad \frac{7}{5} = \frac{28}{60} \quad \text{و} \quad \frac{19}{4} = \frac{285}{60}$$

$$-\frac{13}{60} < -\frac{4}{60} < \frac{7}{60} < \frac{19}{60}$$

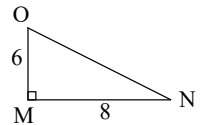
$$\frac{-13}{6} + \frac{19}{4} = \frac{-52 + 114}{24} = \frac{62}{24}$$

۲) $11 \times 13 = 143$ - زیرا همه مضارب اول تا دوازدهم عدد ۱۱ قبلاً با مضارب ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱ خط خورده‌اند و از آنجا که اولین عددی که با مضارب ۱۱ خط می‌خورد $11 \times 11 = 121$ است، پس دومین عدد $11 \times 13 = 143$ است.

۳) با توجه به اینکه OM (شعاع دایره) بر پاره‌خط مماس MN عمود است. مثلث OMN قائم‌الزاویه است و با توجه به رابطه فیثاغورس ON که وتر است را به دست می‌آوریم.

$$ON^2 = OM^2 + MN^2 \Rightarrow ON^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64$$

$$\Rightarrow ON^2 = 100 \Rightarrow ON = \sqrt{100} \Rightarrow ON = 10$$



۴) می‌دانیم مجموع زوایای یک چهارضلعی برابر با 360° است. پس داریم:

$$A + B_1 + C + D_1 = 360^\circ \Rightarrow 90^\circ + B_1 + 120^\circ + D_1 = 360^\circ \Rightarrow (B_1 + D_1) = 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$$

مجموع هر زاویه و زاویه خارجی یک زاویه، 180° است.

در اینجا مجموع ۲ زاویه B و D با زوایای خارجی‌شان را داریم، یعنی ۲ تا 180° که می‌شود 360° .

$$\Rightarrow \overbrace{(B_1 + x)}^{180^\circ} + \overbrace{(D_1 + y)}^{180^\circ} = 360^\circ \Rightarrow \underbrace{B_1 + D_1}_{150^\circ} + (x + y) = 360^\circ$$

$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} 150^\circ + (x + y) = 360^\circ \rightarrow x + y = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$$

۵

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{AD}$$

شکل (۱)

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{CA} + \vec{AB} = \vec{CB} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

شکل (۲)

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

شکل (۳)

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

۶

$$-3(4x - 4y) + (x + 6y) - (12x + 12y) + (x + 6y) = -11x + 18y$$

$$-3(4x - 4y) + (x + 6y) = x = -1, y = 2 \Rightarrow -11 \times (-1) + 18 \times (2) = 11 + 36 = 47$$

$$\text{الف) } -4 + 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{5} = -4 + \frac{3(\times 5)}{2(\times 5)} + \frac{11(\times 2)}{5(\times 2)}$$

$$= -\frac{4(\times 10)}{1(\times 10)} + \frac{15}{10} + \frac{22}{10} = \frac{-40 + 37}{10} = \frac{-3}{10}$$

$$\text{ب) } \left(-\frac{4}{7}\right) \div \left[\frac{1}{3} - \left(-\frac{4}{5}\right)\right] = -\frac{4}{7} \div \left[\frac{1}{3} + \frac{4}{5}\right] = -\frac{4}{7} \div \left(\frac{5+12}{15}\right) = -\frac{4}{7} \div \frac{17}{15} = -\frac{4}{7} \times \frac{15}{17} = -\frac{60}{119}$$



$$ج) \frac{2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2}}{3\frac{1}{4} + 3\frac{1}{5}} = \frac{\frac{8}{3} - \frac{3}{2}}{\frac{13}{4} + \frac{21}{5}} = \frac{\frac{16}{6} - \frac{9}{6}}{\frac{65}{20} + \frac{84}{20}} = \frac{\frac{7}{6}}{\frac{149}{20}} = \frac{7}{6} \div \frac{149}{20} = \frac{7}{6} \times \frac{20}{149} = \frac{70}{447}$$

$$د) \frac{2 - (-\frac{1}{3} \div \frac{5}{3})}{1 - \frac{1}{\frac{9}{5}}} = \frac{2 - (-\frac{1}{3} \times \frac{3}{5})}{1 - \frac{5}{9}} = \frac{2 - (-\frac{1}{5})}{1 - \frac{5}{9}} = \frac{\frac{2}{1} + \frac{1}{5}}{\frac{4}{9}} = \frac{\frac{11}{5}}{\frac{4}{9}} = \frac{11}{5} \div \frac{4}{9} = \frac{11}{5} \times \frac{9}{4} = \frac{99}{20}$$

۸) زاویه‌های مجاور در متوازی‌الاضلاع مکمل و زاویه‌های روبه‌رو باهم مساوی هستند.

$$5b + 20 = 6b \Rightarrow b = 20^\circ$$

$$\hat{B} = 5b + 20 = 5 \times 20 + 20 = 120^\circ$$

۹) کسر را طرفین وسطین کرده و ساده می‌کنیم.

$$\frac{2x^a + 3y^a}{3y^a - 2x^a} = \frac{7}{3} \Rightarrow 21y^a - 14x^a = 6x^a + 9y^a \Rightarrow 21y^a - 9y^a = 6x^a + 14x^a$$

$$\Rightarrow 12y^a = 20x^a \Rightarrow \frac{x^a}{y^a} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

۱۰) اعداد ۲۱، ۵۱، ۸۱، ۹۱ مرکب‌اند. سایر اعداد فقط بر عدد ۱ و خودشان بخش‌پذیر هستند.

$$\begin{array}{r} 21 \overline{) 3} \\ \underline{21} \\ 00 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 21 \overline{) 7} \\ \underline{21} \\ 00 \end{array} \rightarrow \text{بخش‌پذیر است.}$$

$$\begin{array}{r} 81 \overline{) 9} \\ \underline{81} \\ 00 \end{array} \rightarrow \text{بخش‌پذیر است.}$$

$$\begin{array}{r} 51 \overline{) 3} \\ \underline{3} \\ 21 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 51 \overline{) 17} \\ \underline{51} \\ 00 \end{array} \rightarrow \text{بخش‌پذیر است.}$$

$$\begin{array}{r} 91 \overline{) 7} \\ \underline{7} \\ 21 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 7 \overline{) 13} \\ \underline{7} \\ 21 \end{array} \rightarrow \text{بخش‌پذیر است.}$$

۱۱) مضرب اعداد اول کوچک‌تر از ۱۳ را خط می‌زنیم. $11 < \sqrt{131} < 13 \Rightarrow$

ابتدا مضارب ۲، سپس مضارب ۳ و الی آخر. و در انتها، مضارب عدد ۱۱ را خط می‌زنیم.

$$\begin{array}{cccccccccccc} \cancel{110} & \cancel{111} & \cancel{112} & \boxed{113} & \cancel{114} & \cancel{115} & \cancel{116} & \cancel{117} & \cancel{118} & 119 & 120 \\ \cancel{121} & \cancel{122} & \cancel{123} & \cancel{124} & \cancel{125} & \cancel{126} & \boxed{127} & \cancel{128} & \cancel{129} & \cancel{130} & \cancel{131} \end{array}$$

۱۲)

$$3^{a-2} \times 2^7, 81 = 3^4$$

پس عدد $3^{a-2} \times 2^7$ عامل ۳ نباید داشته باشد. پس توان شمارنده ۳ باید صفر باشد.

$$a - 2 = 0 \rightarrow a = 2$$

۱۳) برای جمع و تفریق اعداد گویا باید ابتدا مخرج کسرها را یکسان کنیم پس داریم:

$$الف) -0,75 + (-\frac{3}{2}) - \frac{2}{5} = -\frac{3}{4} - \frac{3}{2} - \frac{2}{5} = \frac{-15 - 30 - 8}{20} = -\frac{53}{20}$$

$$ب) -3,6 + 2\frac{1}{4} = -3,6 + 2,25 = -1,35$$

$$ج) \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2 - 3 + 1}{6} = \frac{0}{6} = 0$$

$$د) -\frac{6}{10} - (-\frac{3}{4}) + (-\frac{2}{8}) = -\frac{6}{10} + \frac{3}{4} - \frac{2}{8} = \frac{-24 + 30 - 10}{40} = \frac{-4}{40} = -\frac{1}{10}$$

$$\frac{-12 - 6}{-3} \xrightarrow{\text{معکوس}} -6 \xrightarrow{\text{قرینه}} 6$$

$$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

هر یک ساعت عقربه ساعت ۳۰ درجه حرکت می‌کند. پس ۵ ساعت $5 \times 30^\circ = 150^\circ$ درجه حرکت می‌کند.

ب)



کمانی که طی می‌کند $\frac{5}{12}$ محیط دایره است، دایره‌ای که شعاع آن همان طول عقربه ساعت شمار است.

$$\frac{5}{12} \times \pi R^2 = \frac{5}{12} \times 3 \times 2^2 = 5 \text{ cm}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix} + 3\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow 3x = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ 9 \end{bmatrix} \rightarrow x = \frac{1}{3} \times \begin{bmatrix} -9 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\sqrt{19}: 16 < 19 < 25 \Rightarrow \sqrt{16} < \sqrt{19} < \sqrt{25}$$

$$\Rightarrow 4 < \sqrt{19} < 5$$

$$\frac{4+5}{2} = 4.5, (4.5)^2 = 20.25 > 19$$

$$\Rightarrow 4 < \sqrt{19} < 4.5$$

$$\sqrt{40}: 36 < 40 < 49 \Rightarrow \sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49}$$

$$\Rightarrow 6 < \sqrt{40} < 7$$

$$\frac{6+7}{2} = 6.5, (6.5)^2 = 42.25 > 40$$

$$\Rightarrow 6 < \sqrt{40} < 6.5$$

$$\sqrt{150}: 144 < 150 < 169 \Rightarrow \sqrt{144} < \sqrt{150} < \sqrt{169}$$

$$\Rightarrow 12 < \sqrt{150} < 13$$

$$\frac{12+13}{2} = 12.5, (12.5)^2 = 156.25 > 150$$

$$\Rightarrow 12 < \sqrt{150} < 12.5$$

$$\sqrt{385}: 361 < 385 < 400 \Rightarrow \sqrt{361} < \sqrt{385} < \sqrt{400}$$

$$\Rightarrow 19 < \sqrt{385} < 20$$

$$\frac{19+20}{2} = 19.5, (19.5)^2 = 380.25 < 385$$

$$\Rightarrow 19.5 < \sqrt{385} < 20$$

$$\triangle EFG \xrightarrow{\text{دوران } 90^\circ} \triangle HIG \rightarrow \triangle EFG \cong \triangle HIG$$

$$\hat{H} = \hat{E} \rightarrow y = 40^\circ$$

$$\hat{HGI} = \hat{EGF} \rightarrow x + 25^\circ = 2x - 20^\circ \rightarrow x - 2x = -20^\circ - 25^\circ \rightarrow x = -45^\circ$$

$$\rightarrow x = 45^\circ \rightarrow \hat{HGI} = \hat{EGF} = 70^\circ \rightarrow \hat{I} = \hat{F} = 180^\circ - (70^\circ + 40^\circ) = 70^\circ \rightarrow k = 70^\circ$$

$$ABCD \xrightarrow{\text{تقارن محوری}} KLMN \Rightarrow ABCD \cong KLMN$$

$$\hat{B} = \hat{L} \rightarrow 3y = 5y - 80^\circ \rightarrow 3y - 5y = -80^\circ \rightarrow -2y = -80^\circ \rightarrow y = \frac{-80^\circ}{-2} \rightarrow y = 40^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \xrightarrow{\hat{A}=\hat{K}=z, \hat{D}=\hat{N}=85^\circ} z + 3y + 45^\circ + 85^\circ = 360^\circ \xrightarrow{y=40^\circ}$$

$$z + 3(40^\circ) + 130^\circ = 360^\circ \rightarrow z + 250^\circ = 360^\circ \rightarrow z = 360^\circ - 250^\circ = 110^\circ$$

۱۹ فرض می‌کنیم عدد دورقمی مورد نظر به صورت \overline{ab} باشد، بنابراین مقلوب آن، برابر خواهد بود با \overline{ba} . داریم:

$$\overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - (10b + a) = 10a + \underline{b} - 10\underline{b} - a$$

$$= 9a - 9b \xrightarrow{\text{تجزیه}} 9(a - b) = 9n \Rightarrow \text{مضرب ۹ است}$$

۲۰ با توجه به فرمول $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$ اندازه هر زاویه داخلی یک ضلعی منتظم را به دست می‌آوریم که در این سوال:

۱۶

۱۷

| عدد | ۴/۱ | ۴/۲ | ۴/۳ | ۴/۴ |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| مجدور | ۱۶/۸۱ | ۱۷/۶۴ | ۱۸/۴۹ | ۱۹/۳۶ |

کمترین اختلاف

$$\sqrt{19} = 4/4$$

| عدد | ۶/۱ | ۶/۲ | ۶/۳ | ۶/۴ |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| مجدور | ۳۷/۲۱ | ۳۸/۴۴ | ۳۹/۶۹ | ۴۰/۹۶ |

$$\sqrt{40} \approx 6/3$$

کمترین اختلاف

| عدد | ۱۲/۱ | ۱۲/۲ | ۱۲/۳ | ۱۲/۴ |
|-------|--------|--------|--------|--------|
| مجدور | ۱۴۶/۴۱ | ۱۴۸/۸۴ | ۱۵۱/۲۹ | ۱۵۳/۷۶ |

$$\sqrt{150} \approx 13/2$$

کمترین اختلاف

| عدد | ۱۹/۶ | ۱۹/۷ | ۱۹/۸ | ۱۹/۹ |
|-------|--------|--------|--------|--------|
| مجدور | ۳۸۴/۱۶ | ۳۸۸/۰۹ | ۳۹۲/۰۴ | ۳۹۶/۰۱ |

$$\sqrt{385} \approx 19/6$$

کمترین اختلاف

۱۸ (الف)

حال، تساوی اجزای متناظر را می‌نویسیم:

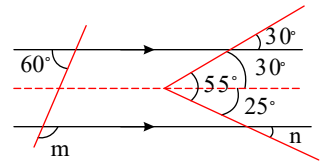
(ب) تساوی اجزای متناظر را می‌نویسیم:



$$\frac{(20 - 2) \times 180^\circ}{20} = \frac{18 \times 180^\circ}{20} = 162^\circ$$

$$m = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$n = 55^\circ - 30^\circ = 25^\circ$$



۲۱

۲۲ با قرار دادن پراتنز می توان اعداد را به این صورت جدا کنیم، تعداد کل اعداد ۲۰ تا و تعداد پراتنرها ۱۰ تا است. پس داریم:
حاصل هر پراتنز برابر (-۱) است.

$$(1 - 2) + (3 - 4) + \dots + (19 - 20) \\ \Rightarrow (-1) + (-1) + \dots + (-1) \Rightarrow 10 \times (-1) = -10$$

۲۳

برای تشخیص اول بودن یا مرکب بودن هر عدد باید ابتدا جذر تقریبی آن را گرفته و این عدد را بر اعداد کوچک تر از مقدار جذر تقسیم کنیم. اگر حداقل به یکی از اعداد بخش پذیر بود، مرکب است.

$$11 < \sqrt{167} < 13 \Rightarrow \text{عدد مورد نظر را باید بر اعداد اول کوچکتر از ۱۳ تقسیم کنیم.}$$

| | | | | | |
|--------------|---|--------------|----|--------------|---|
| ۱۶۷ | ۲ | ۱۶۷ | ۳ | ۱۶۷ | ۵ |
| باقی مانده ۱ | | باقی مانده ۲ | | باقی مانده ۲ | |
| ۱۶۷ | ۷ | ۱۶۷ | ۱۱ | | |
| باقی مانده ۶ | | باقی مانده ۲ | | | |

پس ۱۶۷، اول است.

۲۴

اعداد ۱ تا ۲۰ را می نویسیم. ابتدا عدد یک را خط می زنیم، سپس مضرب های عدد ۲ و سپس مضرب عدد ۳ را خط می زنیم، اعداد باقی مانده اول هستند.

| | | | | | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ |
| ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ | ۱۴ | ۱۵ | ۱۶ | ۱۷ | ۱۸ | ۱۹ |

۲۵ الف) خیر، به دلیل وجود عدد زوج ۲ در مجموعه اعداد اول نمی توان گفت تمام اعداد اول فرد هستند. تنها عدد اول زوج، ۲ می باشد.

ب) خیر، عدد یک نه اول است و نه مرکب.

ج) بله چون ۲۵ و ۱۶ هیچ مقسوم علیه مشترکی ندارند و ب.م.م آنها برابر یک است.

د) خیر، تنها عدد اول زوج ۲ است.

ه) بله این عبارت، تعریفی برای عدد اول است.

ی) بله، زیرا مضرب های یک عدد مرکب از ضرب عدد مرکب در اعداد دیگر حاصل می شود که عدد حاصل، قطعاً عددی مرکب است.

۲۶

- ۱

$$\text{احتمال وزن استاندارد باشد} = \frac{\text{تعداد دانش آموز استاندارد}}{\text{تعداد کل دانش آموزان}} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

- ۲

$$\text{احتمال سنگین وزن} = \frac{\text{تعداد دانش آموزان سنگین}}{\text{تعداد کل دانش آموزان}} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

۳- تعداد دانش آموزانی که در دسته وزن استاندارد نیستند برابر است با مجموع دو دسته سنگین وزن و سبک وزن پس داریم:

$$\text{احتمال استاندارد نبودن} = \frac{\text{تعداد دانش آموزانی که استاندارد نیستند}}{\text{تعداد کل دانش آموزان}} = \frac{5 + 3}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

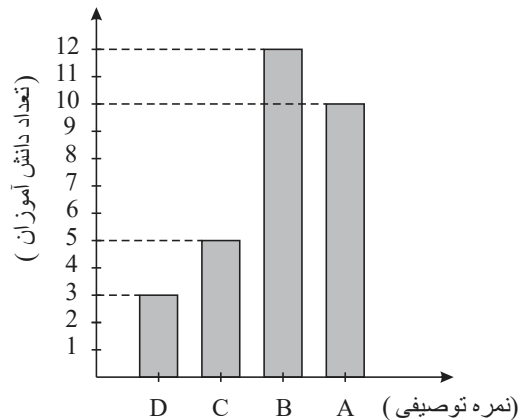
$$۱۲ - ۸ = ۲۰ = \text{دامنه تغییرات}$$

۲۷ بیشترین نمره ۲۰، کمترین نمره ۸ است. ابتدا باید دسته ها و طول آنها را به دست آوریم. بنابراین:

$$\text{دامنه تغییرات} = \frac{12}{4} = 3 \quad \text{طول دسته} = \frac{12}{4} = 3 \quad \text{لذا با توجه به ۴ دسته موجود } (D, C, B, A)$$



| نام دسته | چوب خط | طول دسته | فراوانی |
|----------|--------|---------------------|---------|
| D | | $8 \leq x < 11$ | ۳ |
| C | | $11 \leq x < 14$ | ۵ |
| B | | $14 \leq x < 17$ | ۱۲ |
| A | | $17 \leq x \leq 20$ | ۱۰ |



۲۸

$$\text{الف)} (2 \times 3)^6 \times 6^6 = 6^6 \times 6^6 = (6 \times 6)^6 = 36^6 = 6^{12}$$

$$\text{ب)} \left(\frac{3}{4}\right)^4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^{10} \times 3^{11} \times 10^{11} = \frac{3^4 \times 3^{10} \times 3^{11} \times 2^{11} \times 5^{11}}{4^4 \times 4^{10}} = \frac{3^{25} \times 2^{11} \times 5^{11}}{2^{28}} = \frac{3^{25} \times 5^{11}}{2^{17}}$$

$$\text{ج)} \left(\frac{1}{4}\right)^{12} = \left(\frac{1}{2^2}\right)^{12} = \frac{1}{2^{24}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{24} = (0,5)^{24}$$

۲۹

$$\frac{2(-1-7)(-1-3)}{(-1)^2 - 10(-1) + 21} = \frac{(-16) \times (-4)}{1 + 10 + 21} = \frac{64}{32} = 2$$

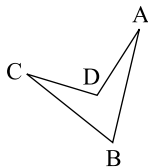
۳۰

$$\frac{a}{b} = 3 \Rightarrow a = 3b \Rightarrow (a - 3b - 1)^{400} = (3b - 3b - 1)^{400} = (-1)^{400} = 1$$

۳۱

پاسخ مورد الف است. برای مثال چهارضلعی روبه‌رو مقعر است.

پ و ت درست است. در مورد الف چهارضلعی محدب و مقعر وجود دارد.



۳۲

$$\text{هر زاویه خارجی } n\text{-ضلعی: } \frac{360}{n} \text{ و هر زاویه داخلی } n\text{-ضلعی: } \frac{(n-2) \times 180}{n}$$

$$\frac{(n-2) \times 180}{n} \times \frac{1}{9} = \frac{360}{n}$$

$$\Rightarrow (n-2) \times 20 = 360 \Rightarrow 20n - 40 = 360 \Rightarrow n = 20$$

قطر هر رأس به بقیه رئوس به غیر از خودش و ۲ رأس مجاور وصل می‌شود. در اینجا ۲۰ رأس داریم. پس تعداد قطر هر رأس این ۲۰ ضلعی منتظم برابر است با:

$$20 - 3 = 17$$

۳۳

۱ نه اول است نه مرکب.

$$19 - (8 + 1) = 10$$

۳۴

الف) در گروه مضارب ۵ اولین عددی است که خط می‌خورد. عدد بعدی مضرب ۵ عدد ۳۰ است که قبلاً خط خورده است. عدد بعدی در این گروه ۳۵ است که قبلاً خط نخورده است.

$$\text{ب)} 100 \div 2 = 50$$

در نتیجه ۴۹ عدد مضرب ۲ وجود دارد که به غیر از عدد ۲، ۴۸ عدد وجود دارد.

پس سی و چهارمین عدد نیز در دسته مضارب ۲ قرار می‌گیرد. که البته عدد ۱ را نیز باید جزء خط خورده‌ها حساب کرد.

$$\{1, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50\}$$

$$52, 54, 56, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 70\}$$

سی و چهارمین عدد

پس پنجاهمین عدد از دسته مضارب عدد ۳ است.

پ) ۵۰امین عدد، اولین عدد در دسته مضارب ۳ یعنی $3 \times 3 = 9$ است و ۵۱امین عدد، دومین عدد در دسته مضارب ۳، یعنی $3 \times 5 = 15$ است.

۳۵

حاصل ضرب اعدادی که یکان آنها ۶ باشد در یکدیگر، عددی است که یکان آن نیز برابر ۶ خواهد بود.



$$\underbrace{1 - 106 \times \dots \times 46 \times 36 \times 26 \times 16 \times 6}_{\text{یکان ۶}}$$

$$6 - 1 = 5$$

یکان عدد حاصل ۵ می شود، پس بر ۵ بخش پذیر است. پس مرکب است.

۳۶) ابتدا دقت کنید که بین هر دو عدد صحیح به چند واحد تقسیم شده است پس به تعداد این واحدهای کوچک که هر کدام برابر عددی گویاست که صورت آن یک و مخرج آن برابر تعداد قسمت های کوچک بین دو عدد صحیح است به سمت راست یا چپ حرکت کرده و میزان حرکت را می شماریم.

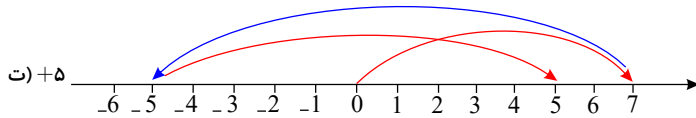
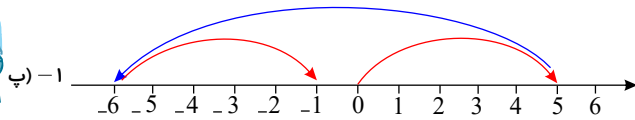
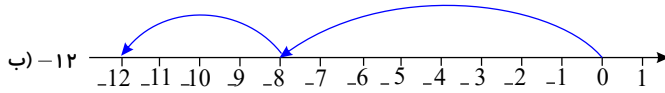
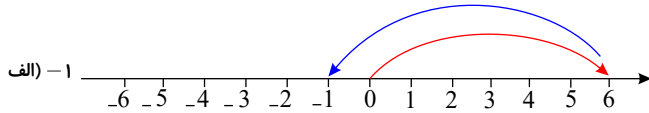
الف) $2\frac{2}{3} + (-2) = \frac{2}{3}$

ب) $-1\frac{1}{5} + (-\frac{9}{5}) = -3$

ج) $+1\frac{1}{2} + 0 = 1\frac{1}{2}$

د) $-\frac{2}{3} + \frac{7}{3} + (-\frac{14}{3}) = -3$

۳۷



۳۸) حاصل ضرب صفر در هر عددی برابر صفر است.

۳۹

الف صحیح

ب نادرست - اولین قدم، خط زدن عدد یک است.

پ صحیح

غلط

ت

$$x^y - y^x \stackrel{x=1, y=2}{=} 1^2 - 2^1 = -1$$

ث

$$\text{انتها} - \text{ابتدا} = \begin{bmatrix} +1 \\ -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} +2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

ج

$$\sqrt{81} < \sqrt{83} < \sqrt{100} \Rightarrow 9 < \sqrt{83} < 10 \Rightarrow \sqrt{83} < 10 < 11 < \sqrt{122} \Rightarrow \text{دو عدد صحیح وجود دارد.}$$

$$\sqrt{121} < \sqrt{122} < \sqrt{144} \Rightarrow 11 < \sqrt{122} < 12$$

خ

$$\left. \begin{aligned} 100^\circ &= 1 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{100} &= \frac{1}{2^{100}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2^{100}} < 1$$

صحیح

ج نادرست - باید یکی از اضلاع متناظر هم برابر باشد تا با حالت (ز ض ز) دو مثلث هم نهشت شوند.

غلط

ح صحیح

صحیح



د غلط - در هر دو احتمال برابر $\frac{1}{2}$ است.

۴۰

الف نادرست (۱ - بزرگترین عدد صحیح منفی است).

۴۱

$$\frac{1}{4} \times 4^6 = 4^{6-1} = 4^5$$

$$\widehat{AD} = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ \quad \widehat{AC} = 145^\circ \text{ زاویه مرکزی}$$

$$\widehat{C} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{180^\circ - 145^\circ}{2} = \frac{35^\circ}{2} = 17,5^\circ$$

$$\widehat{C} = \widehat{A} = 17,5^\circ \rightarrow \text{مثلث متساوی الساقین } \triangle AOC$$

$$\widehat{E} = 180^\circ - (40^\circ + 90^\circ) = 50^\circ \text{ الف) با توجه به عمود بودن زاویه } E \text{ برابر است با: } 50^\circ$$

(با استفاده از مجموع زوایای داخلی مثلث که برابر 180° است).

$$\widehat{E} = \frac{\widehat{FG}}{2} \Rightarrow 50^\circ = \frac{\widehat{FG}}{2} \Rightarrow \widehat{FG} = 100^\circ$$

$$\widehat{EH} = 2 \times \widehat{F} = 2 \times 40^\circ \rightarrow \widehat{EH} = 80^\circ, \widehat{FG} = 100^\circ \text{ الف) با توجه به قسمت } F \text{ محاطی } F \text{ است.}$$

پس داریم:

$$\widehat{EF} + \widehat{GH} = 360^\circ - (\widehat{EH} + \widehat{FG}) = 360^\circ - (80^\circ + 100^\circ) = 180^\circ$$

۴۴

$$P = \text{شعاع دایره} = 3 = \frac{\text{قطر}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$P = \text{محیط دایره} = 2 \times \pi \times 3 = 6\pi$$

$$\text{اندازه کمان } P \times \frac{\text{اندازه کمان}}{360^\circ} = \frac{\text{محیط دایره} \times \text{اندازه کمان}}{360^\circ} = \frac{6\pi \times \text{اندازه کمان}}{360^\circ}$$

$$\text{نکته: } \frac{\text{اندازه کمان}}{360^\circ} = \frac{\text{طول کمان}}{\text{محیط دایره}} \rightarrow \text{طول کمان} = \frac{\text{اندازه کمان} \times \text{محیط دایره}}{360^\circ} = \frac{6\pi \times \text{اندازه کمان}}{360^\circ}$$

$$\text{طول کمان} = \frac{6\pi \times \text{اندازه کمان}}{360^\circ}$$

| اندازه کمان (درجه) | $60^\circ = \frac{\pi}{3}$ | $180^\circ = \pi$ | $90^\circ = \frac{\pi}{2}$ | $45^\circ = \frac{\pi}{4}$ |
|-------------------------------------|--|---------------------------------------|--|--|
| 45° طول کمان (بر حسب π) | $\frac{6\pi}{2\pi} \times \frac{\pi}{3} = \pi$ | $\frac{6\pi}{2\pi} \times \pi = 3\pi$ | $\frac{3}{2\pi} \times \frac{\pi}{2} = \frac{3}{4}\pi$ | $\frac{3}{2\pi} \times \frac{\pi}{4} = \frac{3}{8}\pi$ |

الف) طبق جدول کل حالات ۳۶ تا است و حالات مطلوب با علامت تیک مشخص شده‌اند.

۴۵

| تایید دوم \ / تایید اول | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
|-------------------------|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | | | | | | |
| ۲ | ✓ | | ✓ | | ✓ | |
| ۳ | ✓ | | ✓ | | ✓ | |
| ۴ | | | | | | |
| ۵ | ✓ | | ✓ | | ✓ | |
| ۶ | | | | | | |

$$\text{احتمال مورد نظر} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$\text{احتمال مورد نظر} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \rightarrow \{(4, 3), (3, 4), (6, 2), (2, 6)\} = \text{حالات مطلوب}$$

ب

$$\text{الف) } \frac{\text{تعداد مهره سفید}}{\text{تعداد کل مهرهها}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\text{ب) } \frac{\text{تعداد مهره آبی}}{\text{کل مهرهها}} = \frac{3}{10} = \text{احتمال آبی بودن مهره}$$



$$\frac{\text{تعداد مهره های سفید}}{\text{تعداد کل مهره ها}} = \frac{6}{10} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{\text{تعداد مهره مشکی}}{\text{تعداد کل مهره ها}} = \frac{4}{10} \quad (\text{الف})$$

(۴۸) الف) به تعداد ماه های سال یعنی ۱۲ حالت مختلف دارد.

$$\frac{\text{تعداد ماه های مطلوب}}{\text{کل ماه ها}} = \frac{2}{12} \quad (\text{ب})$$

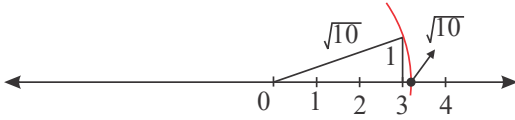
(۴۹) - نمودار مناسب برای نمایش تغییرات در یک زمان مشخص: خط شکسته

- نمودار مناسب برای مقایسه تقریبی عددهای بزرگ: نمودار تصویری

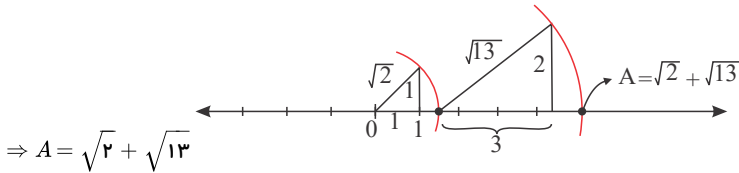
- علم جمع آوری عددی و بررسی آن ها: آمار

- اختلاف بیشترین و کمترین داده: دامنه تغییرات

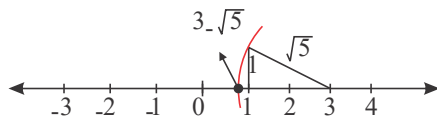
(۵۰) از روی صفر باید کمانی به اندازه $\sqrt{10}$ بزنیم. برای این کار یک مثلث قائم الزاویه باید رسم کنیم که وتر آن برابر $\sqrt{10}$ باشد، مثلث با اضلاع قائمه ۱ و ۳ این خاصیت را دارد.



(۵۱) به اندازه وتر مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائم او است که برابر $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ است از نقطه B کمانی به اندازه وتر مثلث قائم الزاویه به اضلاع ۲ و ۳ که برابر OB است می رسمیم پس $BA = \sqrt{13}$ $BA = \sqrt{13}$ $\sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ است می زنیم و به نقطه A می رسمیم پس $A = \sqrt{2} + \sqrt{13}$



(۵۲) به مرکز ۳ و کمانی به اندازه $\sqrt{5}$ به سمت چپ می زنیم برای این کار مثلث قائم الزاویه به ابعاد ۱ و ۲ که وتر آن $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ است رسم می کنیم و پرگار را به اندازه وتر آن باز می کنیم و کمان می زنیم.



(۵۳)

$$81 < 95 < 100 \Rightarrow \sqrt{81} < \sqrt{95} < \sqrt{100}$$

$$\Rightarrow 9 < \sqrt{95} < 10$$

| عدد | ۹,۵ | ۹,۶ | ۹,۷ | ۹,۸ |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| مجذور | ۹۰,۲۵ | ۹۲,۱۶ | ۹۴,۰۹ | ۹۶,۰۴ |

$$\frac{9 + 10}{2} = 9,5 \Rightarrow (9,5)^2 = 90,25 < \sqrt{95} \Rightarrow 9,5 < \sqrt{95} < 10$$

$$96,04 - 95 = 1,04$$

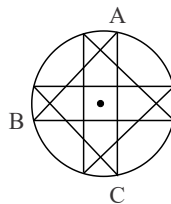
$$95 - 94,09 = 0,91 \quad \text{اختلاف کمتر} \quad \sqrt{95} \approx 9,7$$

$$81 \times 3^2 = 3^4 \times 3^2 = 3^{4+2} = 3^6$$

(۵۴) عدد ۸۱ را به صورت توانی از ۳ می نویسیم.

(۵۵)

الف) ۸ خط تقارن دارد.



(ب) از آنجا که کمان دایره به ۸ قسمت مساوی تقسیم شده است، اندازه کمان هر قسمت برابر است با $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$ ، بنابراین با توجه به نام گذاری صورت گرفته روی شکل، خواهیم داشت:

$$\widehat{BC} = 2 \times 45^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{90^\circ}{2} \Rightarrow \hat{A} = 45^\circ$$

اما در مثلث ABL داریم:

$$\hat{A} = \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow \hat{L} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

(۵۶) الف) خیر

ب) در تمرین ۱۳۶، دو وتر AB و CD در مرکز دایره برهم عمود بودند (دو قطر برهم بودند). اما در این تمرین، CD قطر نیستند. نتیجه: اگر دو قطر عمود برهم یک دایره را در نظر بگیریم، چهارضلعی‌ای که از وصل کردن دو سر این قطرها به یکدیگر به وجود می‌آید، یک مربع خواهد بود.

(۵۷) چون OC از مرکز دایره می‌گذرد و بر وتر یعنی همان سطح آب عمود است آن را نصف می‌کند:

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm}$$

$$AOC \text{ مثلث قائم‌الزاویه} \rightarrow OA^2 = OC^2 + AC^2 \Rightarrow 20^2 = OC^2 + 12^2 \Rightarrow OC^2 = 20^2 - 12^2$$

با توجه به رابطه فیثاغورس داریم:

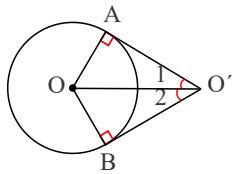
$$\Rightarrow OC^2 = 400 - 144 = 256 \Rightarrow OC = 16 \text{ cm}$$

از طرفی $OA = OD$ شعاع نیم‌دایره

$$\overline{OD} = \overline{OC} + x \Rightarrow 20 = 16 + x \Rightarrow x = 4 \text{ cm} \leftarrow \text{حداکثر عمق آب}$$

(۵۸)

الف) $O'A$ در نقطه A بر دایره مماس است. بنابراین بر شعاع دایره یعنی OA عمود است. پس $\hat{A} = 90^\circ$. به طور مشابه می‌توان نشان داد که $\hat{B} = 90^\circ$ با استفاده از اینکه $O'B$ در نقطه B بر دایره مماس است.

پس دو مثلث OAO' و OBO' قائم‌الزاویه هستند.

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OB} \text{ شعاع دایره} \\ \overline{OO'} \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(وتر و یک ضلع)}} \triangle OAO' \simeq \triangle OBO' \text{ اجزای متناظر} \Rightarrow \overline{O'A} = \overline{O'B}$$

ب) با توجه به هم‌نهشتی دو مثلث OAO' و OBO' که در قسمت الف ثابت شد، با نوشتن تساوی اجزای متناظر داریم:

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow \text{نیمساز } \hat{O}' \text{ است.}$$

(۵۹)

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد اعداد فرد} = 15 \\ \text{تعداد کل اعداد از 1 تا } 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{احتمال} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

دقت داشته باشید که از ۱ تا ۳۰، نصف اعداد زوج و نصف دیگر فرد می‌باشند. بنابراین دو حالت هم‌شانس داریم که احتمال وقوع هر کدام برابر $\frac{1}{2}$ می‌باشد.

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد مضرب‌های ۵} = 6 \\ \text{تعداد کل اعداد از 1 تا } 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{احتمال} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد اعداد اول} = 10 \\ \text{تعداد کل اعداد از 1 تا } 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{احتمال} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

(۶۰)

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد: } n = 30 \\ \text{میانگین: } \bar{x} = 17,25 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مجموع نمرات: } S = \bar{x} \times n = 17,25 \times 30 = 517,5$$

$$\left. \begin{array}{l} n_{\text{جدید}} = 29 \\ S_{\text{جدید}} = S - 3,5 = 517,5 - 3,5 = 514 \end{array} \right\} \bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{S_{\text{جدید}}}{n_{\text{جدید}}} = \frac{514}{29} = 17,72$$

دقت کنید که با کنار گذاشتن یک نمره، میانگین نمرات دانش‌آموزان کلاس تقریباً به اندازه ۰٫۴۷ افزایش یافت و این نشان می‌دهد که این نمره (۳٫۵) تأثیر زیادی در پایین آمدن میانگین داشته است. دلیل این امر، این است که نمره ۳٫۵ خیلی با نمرات دیگر که همگی بالای ۱۵ هستند، اختلاف دارد و همین زیاد بودن اختلاف باعث شده است که تأثیر زیادی در پایین آمدن میانگین داشته باشد.

ب) با توجه به اینکه همه نمره‌ها به جز یکی که ۲۰ است، کمتر از ۱۴ است. ۲۰ به منزله یک داده پرت می‌باشد، پس به نظر می‌رسد که تأثیر زیادی در میانگین نمرات کلاس گذاشته باشد. برای رسیدن به میانگین واقعی نمرات این کلاس، باید نمره ۲۰ را کنار بگذاریم و بعد میانگین نمرات باقی‌مانده را به دست آوریم. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{x} = 10,25 \\ n = 30 \end{array} \right\} \Rightarrow S = \bar{x} \times n = 10,25 \times 30 = 307,5$$

$$\left. \begin{array}{l} S_{\text{جدید}} = S - 20 = 307,5 - 20 = 287,5 \\ n_{\text{جدید}} = 29 \end{array} \right\} \bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{S_{\text{جدید}}}{n_{\text{جدید}}} = \frac{287,5}{29} \approx 9,91$$

(۶۱)



-۲ -۲ -۳ -۳ -۳ -۳ -۴ -۵ -۶ -۷ -۷ -۸
 -۲ -۱ -۱ -۱ -۱ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰
 ۰ ۰ +۱ +۱ +۱ +۲ +۲ +۲ +۲ +۲
 +۳ +۳ +۴ +۴ +۴ +۵ +۶ +۶ +۶ +۷
 +۷ +۷ +۸ +۸

| مرکز دسته × فراوانی | مرکز دسته | فراوانی | حدود دسته‌ها |
|------------------------|----------------------------|---------|------------------|
| $۵ \times (-۶) = -۳۰$ | $\frac{-۸ + (-۴)}{۲} = -۶$ | ۵ | $-۸ \leq x < -۴$ |
| $۱۱ \times (-۲) = -۲۲$ | $\frac{-۴ + ۰}{۲} = -۲$ | ۱۱ | $-۴ \leq x < ۰$ |
| $۱۷ \times (+۲) = +۳۴$ | $\frac{۰ + ۴}{۲} = +۲$ | ۱۷ | $۰ \leq x < +۴$ |
| $۱۲ \times (+۶) = +۷۲$ | $\frac{+۴ + ۸}{۲} = +۶$ | ۱۲ | $+۴ \leq x < +۸$ |
| +۵۴ | | ۴۵ | جمع |

$$\text{میانگین تقریبی} = \frac{+۵۴}{۴۵} = +۱٫۲ \quad \text{میانگین واقعی} = \frac{+۳۵}{۴۵} \approx +۰٫۷۸$$

طول عمر لامپ‌ها:

۱۵۲ ۱۵۳ ۱۵۳ ۱۵۴ ۱۵۶ ۱۵۶ ۱۵۷ ۱۵۷ ۱۵۷ ۱۵۷ ۱۵۸ ۱۵۸
 ۱۵۸ ۱۵۹ ۱۵۹ ۱۶۱ ۱۶۱ ۱۶۳ ۱۶۳ ۱۶۳ ۱۶۵ ۱۶۵ ۱۶۷ ۱۶۸
 ۱۶۸ ۱۶۹ ۱۶۹ ۱۷۰ ۱۷۱ ۱۷۲

| مرکز دسته × فراوانی | مرکز دسته | فراوانی | حدود دسته‌ها |
|------------------------|-----------------------------|---------|-----------------------|
| $۴ \times ۱۵۴ = ۶۱۶$ | $\frac{۱۵۲ + ۱۵۶}{۲} = ۱۵۴$ | ۴ | $۱۵۲ \leq x < ۱۵۶$ |
| $۱۱ \times ۱۵۸ = ۱۷۳۸$ | $\frac{۱۵۶ + ۱۶۰}{۲} = ۱۵۸$ | ۱۱ | $۱۵۶ \leq x < ۱۶۰$ |
| $۵ \times ۱۶۲ = ۸۱۰$ | $\frac{۱۶۰ + ۱۶۴}{۲} = ۱۶۲$ | ۵ | $۱۶۰ \leq x < ۱۶۴$ |
| $۳ \times ۱۶۶ = ۴۹۸$ | $\frac{۱۶۴ + ۱۶۸}{۲} = ۱۶۶$ | ۳ | $۱۶۴ \leq x < ۱۶۸$ |
| $۷ \times ۱۷۰ = ۱۱۹۰$ | $\frac{۱۶۸ + ۱۷۲}{۲} = ۱۷۰$ | ۷ | $۱۶۸ \leq x \leq ۱۷۲$ |
| ۴۸۵۲ | | ۳۰ | جمع |

$$\text{میانگین تقریبی} = \frac{۴۸۵۲}{۳۰} = ۱۶۱٫۷۳ \quad \text{میانگین واقعی} = \frac{۴۸۳۹}{۳۰} \approx ۱۶۱٫۳$$

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

۶۲ ابتدا باید مشخص کنیم که $\sqrt{۹۳}$ بین کدام دو عدد طبیعی قرار دارد.

$$۸۱ < ۹۳ < ۱۰۰ \Rightarrow \sqrt{۸۱} < \sqrt{۹۳} < \sqrt{۱۰۰} \Rightarrow ۹ < \sqrt{۹۳} < ۱۰$$

$$\frac{۹ + ۱۰}{۲} = ۹٫۵, (۹٫۵)^۲ = ۹۰٫۲۵ < ۹۳ \Rightarrow ۹٫۵ < \sqrt{۹۳} < ۱۰$$

| | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| عدد | ۹٫۶ | ۹٫۷ | ۹٫۸ | ۹٫۹ |
| مجنور | ۹۲٫۱۶ | ۹۴٫۰۹ | ۹۶٫۰۴ | ۹۸٫۰۱ |

$$\Rightarrow ۹٫۶ < \sqrt{۹۳} < ۹٫۷$$

$$۹٫۶ < \sqrt{۹۳} < ۹٫۷, \frac{۹٫۶ + ۹٫۷}{۲} = ۹٫۶۵, (۹٫۶۵)^۲ = ۹۳٫۱۲۲۵ > ۹۳$$

$$\Rightarrow ۹٫۶ < \sqrt{۹۳} < ۹٫۷$$

| | | | | |
|-------|---------|---------|---------|---------|
| عدد | ۹٫۶۱ | ۹٫۶۲ | ۹٫۶۳ | ۹٫۶۴ |
| مجنور | ۹۲٫۳۵۲۱ | ۹۲٫۵۴۴۴ | ۹۲٫۷۳۶۹ | ۹۲٫۹۲۹۶ |

$$\Rightarrow \sqrt{۹۳} \approx ۹٫۶۴$$

$$\left[۳^{۱۰} \times \left(\frac{۱}{۲۷} \right)^۲ \right] \div \left[۵^۴ \times \left(\frac{۱}{۲۵} \right)^۲ \right]^۳ = \left[۳^{۲۰} \times \left(\frac{۱}{۲۷} \right)^۶ \right] \div \left[۵^{۱۲} \times \left(\frac{۱}{۲۵} \right)^۶ \right] = \frac{۳^{۲۰}}{(۳^۳)^۶} \div \frac{۵^{۱۲}}{(۵^۲)^۶}$$

$$\frac{۳^{۲۰}}{۳^{۱۸}} \div \frac{۵^{۱۲}}{۵^{۱۲}} = ۳^{۲۰-۱۸} = ۳^۲$$



$$۶۷۶ < ۷۰۰ < ۷۲۹ \Rightarrow \sqrt{۶۷۶} < \sqrt{۷۰۰} < \sqrt{۷۲۹} \Rightarrow ۲۶ < \sqrt{۷۰۰} < ۲۷$$

$$\frac{۲۶ + ۲۷}{۲} = ۲۶,۵, \quad (۲۶,۵)^۲ = ۷۰۲,۲۵ > ۷۰۰ \Rightarrow ۲۶ < \sqrt{۷۰۰} < ۲۶,۵$$

| | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|
| عدد | ۲۶,۱ | ۲۶,۲ | ۲۶,۳ | ۲۶,۴ |
| مجنور | ۶۸۱,۲۱ | ۶۸۶,۴۴ | ۶۹۱,۶۹ | ۶۹۶,۹۶ |

$$\Rightarrow \sqrt{۷۰۰} \approx ۲۶,۴$$

دقت داشته باشید که مقدار تقریبی $\sqrt{۷۰۰}$ به کمک ماشین حساب، به صورت مقابل به دست می آید:

$$\sqrt{۷۰۰} \approx ۲۶,۴۵۷۵۱۳۱۱$$

$$(a^۵ \times a^۹) \times (b^{۱۷} \div b^۳) = (a^{۵+۹}) \times (b^{۱۷-۳}) = a^{۱۴} \times b^{۱۴} = (a \times b)^{۱۴} = (ab)^{۱۴}$$

$$\sqrt{\frac{۴۹ \times ۲۵}{۳۶}} = \frac{\sqrt{۴۹} \times \sqrt{۲۵}}{\sqrt{۳۶}} = \frac{۷ \times ۵}{۶} = \frac{۳۵}{۶}$$

۶۶ دلیل: با توجه به محور، $۹ < A < ۱۰$ است. بنابراین A می تواند به $\sqrt{۸۵}$ نزدیک تر باشد، زیرا:

$$۸۱ < ۸۵ < ۱۰۰ \Rightarrow \sqrt{۸۱} < \sqrt{۸۵} < \sqrt{۱۰۰} \Rightarrow ۹ < \sqrt{۸۵} < ۱۰$$

دلیل: با توجه به محور، $-۴ < B < -۳$ است. بنابراین B می تواند به یکی از اعداد $-\sqrt{۱۲}$ یا $-\sqrt{۱۵}$ نزدیک تر باشد، زیرا:

$$۹ < ۱۲ < ۱۶ \Rightarrow \sqrt{۹} < \sqrt{۱۲} < \sqrt{۱۶} \Rightarrow ۳ < \sqrt{۱۲} < ۴ \Rightarrow -۴ < -\sqrt{۱۲} < -۳$$

$$۹ < ۱۵ < ۱۶ \Rightarrow \sqrt{۹} < \sqrt{۱۵} < \sqrt{۱۶} \Rightarrow ۳ < \sqrt{۱۵} < ۴ \Rightarrow -۴ < -\sqrt{۱۵} < -۳$$

اما از آنجا که $\frac{۳+۴}{۲} = ۳,۵$ ، $(۳,۵)^۲ = ۱۲,۲۵$ خواهیم داشت:

$$\sqrt{۱۲} < ۳,۵ \Rightarrow -۳,۵ < -\sqrt{۱۲}, \quad ۳,۵ < \sqrt{۱۵} \Rightarrow -\sqrt{۱۵} < -۳,۵$$

با توجه به شکل، نقطه B کوچک تر از $۳,۵$ است و این یعنی B نمی تواند مقدار $\sqrt{۱۲}$ را داشته باشد و در نتیجه به $-\sqrt{۱۵}$ نزدیک تر است.

دلیل: با توجه به محور، $۱۱ < C < ۱۲$ است. بنابراین C می تواند به یکی از اعداد $\sqrt{۱۲۶}$ یا $\sqrt{۱۴۰}$ نزدیک تر باشد، زیرا:

$$۱۲۱ < ۱۲۶ < ۱۴۴ \Rightarrow \sqrt{۱۲۱} < \sqrt{۱۲۶} < \sqrt{۱۴۴} \Rightarrow ۱۱ < \sqrt{۱۲۶} < ۱۲$$

$$۱۲۱ < ۱۴۰ < ۱۴۴ \Rightarrow \sqrt{۱۲۱} < \sqrt{۱۴۰} < \sqrt{۱۴۴} \Rightarrow ۱۱ < \sqrt{۱۴۰} < ۱۲$$

اما از آنجا که $\frac{۱۱+۱۲}{۲} = ۱۱,۵$ ، $(۱۱,۵)^۲ = ۱۳۲,۲۵$ خواهیم داشت:

$$\sqrt{۱۲۶} < ۱۱,۵, \quad ۱۱,۵ < \sqrt{۱۴۰}$$

با توجه به شکل، نقطه C بزرگ تر از $۱۱,۵$ است و این یعنی C نمی تواند مقدار $\sqrt{۱۲۶}$ را داشته باشد و C بر $\sqrt{۱۴۰}$ نزدیک تر خواهد بود.

$$۲^۹ \text{ نصف } = \frac{۲^۹}{۲} = ۲^{۹-۱} = ۲^۸ \quad ۴^۷ \text{ ربع } = \frac{۴^۷}{۴} = ۴^{۷-۱} = ۴^۶ = (۲^۲)^۶ = ۲^{۱۲}$$

$$(-۱۰^۲)^۳ = -(۱۰^۲)^۳ = -۱۰^{۲ \times ۳} = -۱۰^۶$$

$$[(-۱۰)^۲]^۳ = (-۱۰)^{۲ \times ۳} = (-۱۰)^۶ = ۱۰^۶$$

$$(x^۲ y^۳)^۴ = (x^۲)^۴ \times (y^۳)^۴ = x^{۲ \times ۴} \times y^{۳ \times ۴} = x^۸ \times y^{۱۲} = x^۸ y^{۱۲}$$

$$\left(\frac{x^۷}{x^۳}\right)^۵ = (x^{۷-۳})^۵ = (x^۴)^۵ = x^{۴ \times ۵} = x^{۲۰}$$

$$[۳۶^۵ \div (-۳)^۵] \div [(-۲)^۵ \times (-۳)^۵] = [(۳۶ \div (-۳))^۵] \div [(-۲ \times (-۳))^۵]$$

$$= [(-۱۲)^۵] \div [(+۶)^۵] = (-۱۲ \div ۶)^۵ = (-۲)^۵ = -۲^۵$$

۶۹ در تقسیم اعداد توان دار با پایه های برابر، پایه ای را می نویسیم که دارای توان بزرگ تری است، سپس توان ها را از هم کم می کنیم.

$$\left(\frac{۱}{۳}\right)^۴ \times ۳^{۱۰} = \frac{۱^۴}{۳^۴} \times ۳^{۱۰} = \frac{۳^{۱۰}}{۳^۴} = ۳^{۱۰-۴} = ۳^۶$$

$$\frac{۵^۶ \times ۶^۳}{۵^۴ \times ۶^۵} = \frac{۵^۶}{۵^۴} \times \frac{۶^۳}{۶^۵} = ۵^{۶-۴} \times \frac{۱}{۶^{۵-۳}} = ۵^۲ \times \frac{۱}{۶^۲} = \frac{۵^۲}{۶^۲} = \left(\frac{۵}{۶}\right)^۲$$

$$\frac{x^۷ \times y^۴}{x^۵ \times y^۲} = \frac{x^۷}{x^۵} \times \frac{y^۴}{y^۲} = x^{۷-۵} \times y^{۴-۲} = x^۲ \times y^۲ = (xy)^۲$$



$$\text{الف) } -2(6 + (-2)^2) + \frac{(-4)^2}{-2} = -2(6 + 4) + \frac{16}{-2} = -2(10) - 8 = -20 - 8 = -28$$

$$\text{ب) } \left(\frac{6}{-2}\right)^2 + (-2)(-4) - 10 = \frac{(6)^2}{(-2)^2} + 8 - 10 = \frac{36}{4} - 2 = 9 - 2 = 7$$

$$\underbrace{2^7 + 2^7}_{\text{ت } 2} = 2 \times 2^7 = 2^{1+7} = 2^8$$

$$\underbrace{3^5 + 3^5 + 3^5}_{\text{ت } 3} = 3 \times 3^5 = 3^{1+5} = 3^6$$

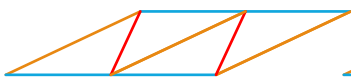
$$27 \times 9^5 = 3^3 \times (3^2)^5 = 3^3 \times 3^{2 \times 5} = 3^3 \times 3^{10} = 3^{3+10} = 3^{13}$$

۷۱

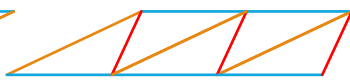
۷۲

۷۳ الف

شکل شماره (۴)



شکل شماره (۵)



ب

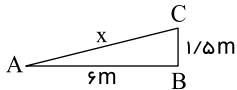
| شماره شکل | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
|-----------|------|------|------|------|------|
| محیط شکل | ۱۱cm | ۱۸cm | ۱۹cm | ۲۶cm | ۲۷cm |
| | | +۷ | +۱ | +۷ | +۱ |

ج) با توجه به الگوی به دست آمده در قسمت ب محیط شکل شماره ۶ برابر $cm \ 27 + 7 = 34$ است.

د) $cm \ 34 + 1 = 35$ محیط شکل شماره ۷

۷۴ پاسخ:

سطح هر طبقه در ساختمان سمت راست از سطح هر طبقه در ساختمان سمت چپ $1/5$ متر بالاتر است. باید مقدار x را به دست بیاوریم.



$$\begin{aligned} \Rightarrow \triangle ABC: AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ x^2 &= 6^2 + 1/5^2 \rightarrow x^2 = 36 + 2/25 \\ \rightarrow x^2 &= 38,25 \rightarrow x = \sqrt{38,25} \end{aligned}$$

۷۵ برای مثلث سمت راست رابطه فیثاغورس را می نویسیم:

$$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \rightarrow 10^2 = 100 \Rightarrow 6^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow$$

چون در رابطه فیثاغورس صدق می کند پس، این مثلث قائم الزاویه است.
مثلث سمت چپ:

$$\left. \begin{aligned} 10^2 &= 100 \\ 7^2 + 6^2 &= 36 + 49 = 85 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 85 \neq 100 \Rightarrow 6^2 + 7^2 \neq 10^2$$

چون در رابطه فیثاغورس صدق می کند پس، این مثلث قائم الزاویه نیست.

۷۶

$$\begin{aligned} 6\vec{x} &= -3\vec{i} + 3\vec{j} + 3 \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 15 \\ 15 \end{bmatrix} \rightarrow 6\vec{x} = \begin{bmatrix} 12 \\ 18 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{x} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 12 \\ 18 \end{bmatrix} \\ \rightarrow \vec{x} &= \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = 2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}$$

۷۷

$$\begin{aligned} -4\vec{x} &= \begin{bmatrix} -1 \\ -6 \end{bmatrix} - 3\vec{i} - 2\vec{j} = \begin{bmatrix} -1 \\ -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} \\ -4\vec{x} &= \begin{bmatrix} -4 \\ -8 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{x} = \frac{-1}{4} \begin{bmatrix} -4 \\ -8 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

۷۸

$$3\vec{c} - 4\vec{y} = 2\vec{d} + \vec{c} \rightarrow -4\vec{y} = 2\vec{d} - 2\vec{c}$$



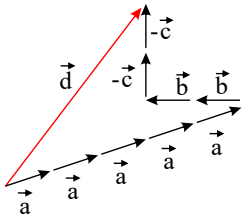
$$\rightarrow -4\vec{y} = 2 \times \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} - 2 \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow -4\vec{y} = \begin{bmatrix} 10 \\ 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{y} = -\frac{1}{4} \times \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \vec{y} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

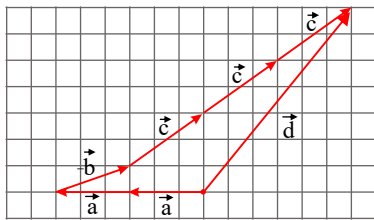
۷۹

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{d} = -2 \times \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{d} = -2\vec{c}$$

(ب)



۸۰



$$\vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c} \Rightarrow \vec{a} + \vec{a} - \vec{b} + \vec{c} + \vec{c} + \vec{c}$$

بردارهای بالا را به صورت متوالی و پشت سر هم رسم می‌کنیم و بردار حاصل جمع برابر با برداری است که ابتدای بردار اول را به انتهای بردار آخر وصل می‌کند.

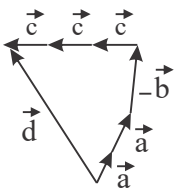
۸۱

$$\begin{bmatrix} x \\ 3y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x + 10 \\ 3y - 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 9 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x + 10 = 7 \\ 3y - 6 = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 7 - 10 \\ 3y = 9 + 6 = 15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 5 \end{cases}$$

۸۲

ابتدا بردارهای $2a$ ، $-b$ و $3c$ را به دست می‌آوریم، سپس با استفاده از روش مثلثی، بردار حاصل جمع آنها را به دست می‌آوریم. لازم به ذکر است بردار $2a$ و \vec{a} هم جهت هستند و بردار $3c$ دو برابر بردار است. بردار، قرنیة بردار b است و بردار $3c$ سه برابر بردار c و هم جهت آن است.



۸۳

فرض می‌کنیم پس از x سال، سن پدر، برابر با مجموع سن فرزندان باشد، داریم:

$$\underbrace{45 + x}_{\text{سن پدر بعد از } x \text{ سال}} = \underbrace{9 + x}_{\text{سن فرزند کوچکتر بعد از } x \text{ سال}} + \underbrace{14 + x}_{\text{سن فرزند بزرگتر بعد از } x \text{ سال}}$$

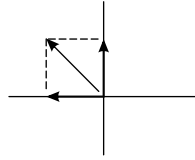
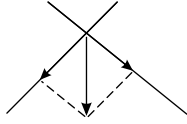
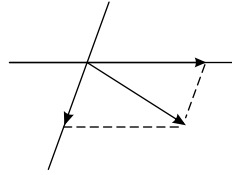
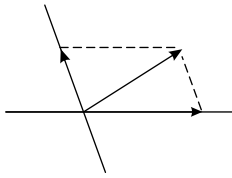
$$\Rightarrow 45 + x = 23 + 2x \Rightarrow x - 2x = 23 - 45$$

$$\Rightarrow -x = -22$$

$$\Rightarrow x = \frac{-22}{-1} \Rightarrow x = 22$$

بنابراین پس از گذشت ۲۲ سال سن پدر، برابر مجموع سن فرزندان می‌شود.

۸۴



با استفاده از راستاهای داده شده با سه متوازی الاضلاعی رسم کنیم که برادر داده شده قطر آن باشد.

۸۵

$$(a+b+c)(z+y+x) = az + ay + ax + bz + by + bx + cz + cy + cx$$

۹ جمله خواهیم داشت، زیرا هریک از جمله‌های پرانتز اول باید در تک تک جمله‌های پرانتز دوم ضرب شود و چون هر جمله از پرانتز اول در سه جمله از پرانتز دوم ضرب می‌شود، بنابراین به ازای هر جمله از پرانتز اول سه جمله خواهیم داشت از آنجا که پرانتز اول سه جمله دارد، بنابراین در کل $3 \times 3 = 9$ جمله خواهیم داشت.

۸۶

$$\left. \begin{array}{l} \overline{EG} = \overline{GH} \text{ وتر و یک ضلع} \\ \overline{FG} = \overline{GM} \\ \hat{F} = \hat{M} = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \triangle EFG \cong \triangle HMG$$

۸۷

۲k: یک عدد زوج

۲k' + 1: یک عدد فرد

$$\text{مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد} = (2k) + (2k' + 1) = 2k + 2k' + 1 = 2 \underbrace{(k + k')}_{\text{عددی طبیعی}} + 1$$

فرد است $\Rightarrow 2a + 1$

۸۸

| $y = x - 3$ | | $y = -2x + 1$ | | $y = x^2$ | |
|-------------|---------------|---------------|---------------------------|-----------|--------------|
| x | y | x | y | x | y |
| 1 | $1 - 3 = -2$ | 1 | $-2(1) + 1 = -2 + 1 = -1$ | 2 | $(2)^2 = 4$ |
| 0 | $0 - 3 = -3$ | 0 | $-2(0) + 1 = 1$ | -2 | $(-2)^2 = 4$ |
| 2 | $2 - 3 = -1$ | 2 | $-2(2) + 1 = -4 + 1 = -3$ | 0 | $(0)^2 = 0$ |
| -1 | $-1 - 3 = -4$ | -1 | $-2(-1) + 1 = 2 + 1 = 3$ | -1 | $(-1)^2 = 1$ |

۸۹ زیرا با قرار دادن هریک از مقدارهای ۲ و -۲ به جای x در معادله داده شده، به یک تساوی درست می‌رسیم.

$$x^2 = 4 \xrightarrow{x=2} 2^2 = 4 \Rightarrow 4 = 4 \checkmark$$

$$x^2 = 4 \xrightarrow{x=-2} (-2)^2 = 4 \Rightarrow 4 = 4 \checkmark$$

۹۰ حجم منشور برابر است با مساحت قاعده ضرب در ارتفاع آن. پس داریم:

$$S = 20 = \text{مساحت قاعده}$$

$$h = 4 = \text{ارتفاع}$$

$$V = Sh \Rightarrow V = 20 \times 4 = 80 (cm^3) = \text{حجم منشور}$$

الف) عدد زوج = $2n$ $2n \times 2m = 4nm = 2 \underbrace{(2nm)}_p = 2p$ عدد زوج

عدد دوم = $2m$

ب) عدد زوج = $2n$ $2n \times (2m + 1) = 2 \underbrace{[n(2m + 1)]}_p = 2p$ عدد زوج

عدد فرد = $2m + 1$

۹۱

۹۲



هزینه کرایه $P =$ و ساعت $h =$

$$P = 4000h + 20000 \text{ (الف)}$$

$$P = 4000 \times 3 + 20000 = 32000 \text{ (ب)}$$

$$n^n = \text{الگوی جبری } 1, 4, 27, 256, \dots$$

$$\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ \text{ اندازه هر زاویه خارجی}$$

$$180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \text{ اندازه هر زاویه داخلی}$$

۹۳ هر عدد به توان خودش می‌رسد پس داریم:

$$94 \text{ با استفاده از فرمول هر زاویه خارجی } = \frac{360^\circ}{n} \text{ داریم:}$$

اندازه زاویه داخلی و خارجی مکمل هستند.

۹۵ الف) زاویه خارجی

(ب) به اندازه مجموع زاویه‌های خارجی یک چندضلعی محدب که برابر 360° درجه است می‌چرخد.

(ج) به اندازه مجموع زاویه‌های خارجی آنها یعنی 360° درجه



(د) اگر بخواهیم از یک نقطه روی محیط یک n ضلعی منتظم حرکت کنیم و اضلاع را یکی یکی طی می‌کنیم تا به نقطه اولیه برگردیم، باید در یک جهت 360° درجه بچرخیم (دوران داشته باشیم). هرچه تعداد اضلاع بیشتر باشد، تعداد چرخش‌ها بیشتر خواهد بود و زاویه هر چرخش کم و کمتر خواهد شد. هرچه تعداد اضلاع n ضلعی منتظم افزایش یابد، اندازه هر زاویه خارجی کاهش و زاویه داخلی افزایش می‌یابد.

۹۶ الف) لوزی

(ب) با توجه به شکل، مجموع 6 زاویه تند این لوزی برابر 360° درجه است. بنابراین اندازه یک زاویه تند آن برابر $60^\circ = 360^\circ \div 6$ و در نتیجه اندازه هر زاویه باز آن $120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$ می‌باشد.

توجه داشته باشید که می‌توانستیم ابتدا زاویه باز این لوزی را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

کل شکل، یک شش ضلعی منتظم است که اندازه هر زاویه داخلی آن که معادل اندازه باز لوزی می‌باشد، برابر است با:

$$n = 6 \Rightarrow \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} = \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$$

۹۷

$$5 < \sqrt{40} < 7$$

مضارب اعداد اول کوچک‌تر از 7 را خط می‌زنیم، سپس با مضارب 2 شروع و با مضارب 5 پایان می‌دهیم.

$$\begin{array}{ccccccccccc} \cancel{2} & \cancel{3} & \boxed{23} & \cancel{24} & \cancel{25} & \cancel{26} & \cancel{27} & \cancel{28} & \boxed{29} & \cancel{30} \\ \boxed{31} & \cancel{32} & \cancel{33} & \cancel{34} & \cancel{35} & \cancel{36} & \boxed{37} & \cancel{38} & \cancel{39} & \end{array}$$

۴۰ و ۲۰ بین ۲۳، ۲۹، ۳۱، ۳۷

بنابراین از مضارب عدد 2 شروع می‌کنیم و با مضارب عدد 5 پایان می‌دهیم.

۹۸ می‌دانیم مجموع زوایای خارجی 360° است.

$$(n-2) \times 180^\circ = \frac{5}{1} \times \frac{360^\circ}{1}$$

$$n - 2 = 5 \rightarrow \boxed{n = 7}$$

۷ ضلعی منتظم می‌باشد.

۹۹

همانند قبل با رعایت اولویت‌های محاسباتی، برای محاسبه حاصل یک عبارت شامل عبارت گویا عمل می‌کنیم.



$$\left(-2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}\right) \div \left(-1\frac{1}{4} \times \left(\frac{-2}{5}\right)\right) = \left(-\frac{5}{2} + \frac{4}{3}\right) \div \left(-\frac{5}{4} \times \left(\frac{-2}{5}\right)\right)$$

$$= \left(-\frac{15}{6} + \frac{8}{6}\right) \div \left(+\frac{\cancel{2} \times \cancel{1}}{\cancel{4} \times \cancel{1}}\right) = \left(\frac{-15+8}{6}\right) \div \left(+\frac{1}{2}\right)$$

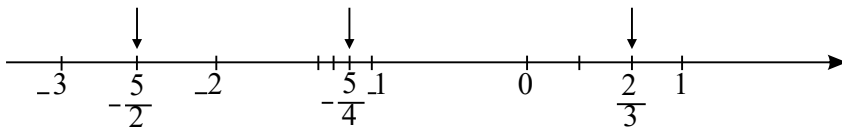
$$= \left(\frac{-7}{6}\right) \div \left(+\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{7}{6} \times \frac{2}{1}\right) = -\frac{7 \times \cancel{2}}{\cancel{6} \times 1} = -\frac{7}{3}$$

$$1 - \frac{1 - 1\frac{1}{2}}{-1 + 1\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1 - \frac{2}{2}}{-1 + \frac{2}{2}} = 1 - \frac{\frac{2}{2} - \frac{2}{2}}{-\frac{2}{2} + \frac{2}{2}} = 1 - \frac{\frac{2-2}{2}}{\frac{-2+2}{2}} = 1 - \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$= 1 - \left(-\frac{1}{2}\right) \div \frac{1}{2} = -\left(-\frac{1}{2} \times \frac{2}{1}\right) = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

۱۰۰ برای به دست آوردن اعداد گویا روی محور، فاصله دو عدد صحیح را به تعداد عدد مخرج کسر تقسیم می‌کنیم، پس داریم:

$$\underbrace{-\left(-\frac{2}{3}\right)}_{+} = +\frac{2}{3} \quad -1\frac{1}{4} \quad -\frac{-5}{-2} = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$$



۱۰۱ الف) اعداد گویا بی‌شمار

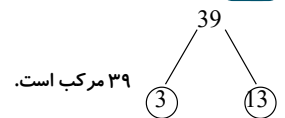
۱۰۲ الف) کوچک‌ترین عدد طبیعی: ۱ و بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی: -۱ $1 + (-1) = 0$

$$\text{ب) بله } -1 \quad \frac{-\sqrt{81}}{9} = \frac{-9}{9} = -1$$

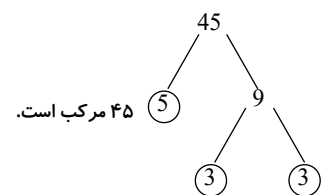
ج) ۱۹-، چون تعداد منفی‌ها ۴۰۰ تا است پس عدد ۱۹-، ۴۰۰ بار قرینه شده است، پس برابر خودش است.

نکته: اگر عددی به تعداد زوج بار قرینه شود، حاصل با خود عدد برابر است.

۱۰۳ ۲۹ مرکب نیست.



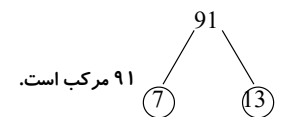
۳۹ مرکب است.



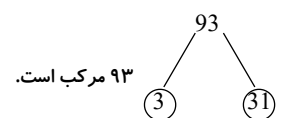
۴۵ مرکب است.

۵۳ مرکب نیست.

۷۱ مرکب نیست.



۹۱ مرکب است.



۹۳ مرکب است.

۱۰۴ الف) عدد اول، عدد طبیعی و بزرگ‌تر از یک است که به غیر از یک و خودش به هیچ عدد طبیعی دیگری بخش پذیر نیست.

$$\text{ب) } (16, 25) = 1 \quad (32, 75) = 1$$



۱۰۵) منظور از اعداد صحیح مثبت همان اعداد طبیعی است.

بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی: -۱

کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت: +۱

کوچک‌ترین عدد فرد طبیعی دو رقمی: ۱۱

کوچک‌ترین عدد طبیعی: ۱

کوچک‌ترین عدد زوج طبیعی: ۲

بزرگ‌ترین عدد زوج طبیعی سه رقمی: ۹۹۸

۱۰۶

مجموع دو عدد قرینه همواره صفر است.

با توجه به الویت توان بر جمع و تفریق داریم:

از داخلی‌ترین پرانتز شروع به محاسبه می‌کنیم:

با توجه به اولویت ضرب بر تفریق داریم:

با توجه به الویت تقسیم بر تفریق داریم:

$$\underbrace{-8+6}_{-2} - \underbrace{12+14}_{26} - \underbrace{20+22}_{42} = \underbrace{-2+2+2}_{2} = 0+2=2$$

$$\underbrace{-8+7}_{-1} + \underbrace{-6+8}_{2} - \underbrace{7+6}_{13} = 0+0+0=0$$

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 = 1 - 4 + 9 - 16 = 10 - 20 = -10$$

$$3 - (2 - (1 - 7) - 1) = 3 - (\underbrace{2+6}_{8} - 1) = 3 - (+7) = -4$$

$$3 - \underbrace{4 \times 5}_{20} = 3 - 20 = -17$$

$$\underbrace{-8 - 4}_{-12} \div 2 = -8 - 2 = -10$$

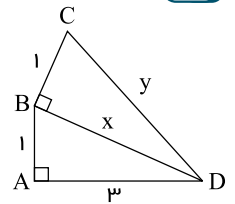
$$\triangle OAB: OB^2 = OA^2 + AB^2 \Rightarrow x^2 = 1^2 + 3^2$$

$$x^2 = 1 + 9 \Rightarrow x^2 = 10 \Rightarrow x = \sqrt{10}$$

$$\triangle OBC: OC^2 = OB^2 + BC^2 \Rightarrow 1^2 + x^2 = y^2 \Rightarrow 1^2 + (\sqrt{10})^2 = y^2$$

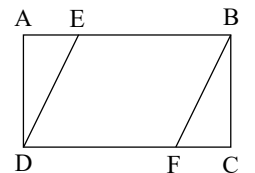
$$\Rightarrow 1 + 10 = y^2 \Rightarrow y^2 = 11 \Rightarrow y = \sqrt{11}$$

۱۰۷) پاسخ:



۱۰۸

پاسخ:



پس DE با BF برابر است و EB با DF نیز برابر است. پس:

چون اضلاع روبرو با هم برابرند، بنابراین چهارضلعی $EDFB$ متوازی‌الاضلاع است.

$$\left. \begin{array}{l} AE = CF \text{ فرض مسئله} \\ \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ \\ AD = BC \text{ عرض مستطیل} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \triangle AED \cong \triangle BFC$$

$$AB - AE = DC - FC \xrightarrow{AE=FC} EB = DF$$

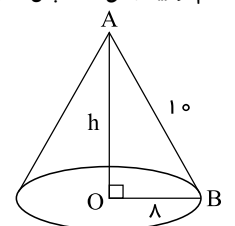
۱۰۹) از رأس مخروط به قاعده خطی عمود می‌کنیم. خط مورد نظر ارتفاع مخروط است که در نقطه O مرکز قاعده منطبق است. ارتفاع، شعاع دایره و یال مخروط تشکیل یک مثلث قائم‌الزاویه را می‌دهند، پس؛ داریم:

قائم‌الزاویه را می‌دهند، پس؛ داریم:

$$\triangle OAB: AB^2 = OB^2 + OA^2 \Rightarrow h^2 + 8^2 = 10^2$$

$$\Rightarrow h^2 + 64 = 100 \Rightarrow h^2 = 36$$

$$h = 6$$



۱۱۰) ابتدا با استفاده از فیثاغورس طول CD و AB را به دست می‌آوریم:



$$\triangle ACD: AC^2 = AD^2 + DC^2 \Rightarrow 25^2 = 15^2 + CD^2$$

$$625 = 225 + CD^2 \Rightarrow CD^2 = 625 - 225 = 400$$

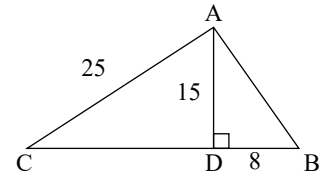
$$CD^2 = 400 \Rightarrow CD = 20$$

$$\triangle ABD: AB^2 = AD^2 + DB^2 \Rightarrow 15^2 + 8^2 = AB^2$$

$$225 + 64 = AB^2 \Rightarrow 289 = AB^2 \Rightarrow AB = 17$$

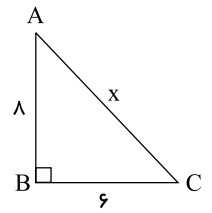
$$\text{مساحت: } \frac{AD \times BC}{2} = \frac{15 \times (8 + 20)}{2} = \frac{15 \times 28}{2} = 210$$

$$\text{محیط: } AC + AB + BC = 25 + 17 + 28 = 70$$

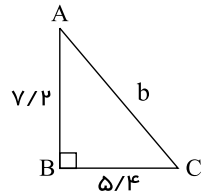


۱۱۱ پاسخ:

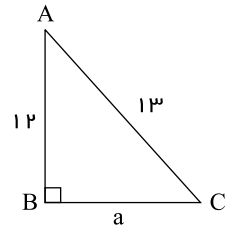
(الف)



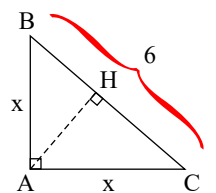
(ب)



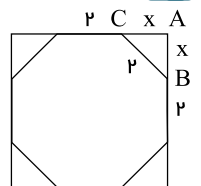
(ج)



۱۱۲



۱۱۳ اگر اندازه AC را در شکل زیر در نظر بگیریم:



$$\triangle ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow x^2 = 8^2 + 6^2 \Rightarrow x^2 = 64 + 36 = 100$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{100} = 10$$

$$\triangle ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow (7/2)^2 + (5/4)^2 = b^2 \Rightarrow b^2 = 51/16 + 25/16$$

$$\rightarrow b = \sqrt{76/16} = 9$$

$$\triangle ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 12^2 + a^2 = 13^2 \rightarrow a^2 = 169 - 144 = 25$$

$$\rightarrow a = \sqrt{25} = 5$$

$$\triangle ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow x^2 + x^2 = 6^2 \Rightarrow 2x^2 = 6$$

$$x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

$$\text{مساحت مثلث} = AB \times AC = AH \times BC$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = AH \times 6$$

$$3 = 6 \times AH \Rightarrow AH = \frac{3}{6} = 0.5$$

$$\triangle ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow x^2 + x^2 = 2^2$$

$$2x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\text{مساحت کل مربع} = (2 + 2 \times \sqrt{2}) \times (2 + 2 \times \sqrt{2})$$

$$= 4 + 8 + 8 \times \sqrt{2} = 12 + 8 \times \sqrt{2}$$



$$\text{مساحت چهار مثلث گوشه} = 4 \times \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{2} = 4 \times \frac{2}{2} = 4$$

$$\text{مساحت هشت ضلعی} = 12 + 8 \times \sqrt{2} - 4 = 8 + 8 \times \sqrt{2}$$

$$\text{مساحت} = \frac{AB \times AC}{2} = 27 = \frac{2x \times 3x}{2} = 3x^2$$

$$27 = 3x^2 \Rightarrow 9 = x^2 \Rightarrow 3 = x$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117$$

$$BC = \sqrt{117}$$

$$\triangle ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 24^2 = x^2 + 20^2$$

$$\Rightarrow 576 = x^2 + 400$$

$$x^2 = 176$$

$$x = \sqrt{176}$$

$$\triangle ACO: AO^2 = AC^2 + CO^2$$

$$\Rightarrow AO^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$AO = 5 \Rightarrow OB = OA = 5 \Rightarrow AB = 5 + 5 = 10$$

$$1,6^2 + 1,4^2 = 2,56 + 1,96 \neq 4$$

$$AB = \frac{\sqrt{50}}{2} + \frac{\sqrt{50}}{2} = \sqrt{50}$$

$$\triangle ABC: AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow$$

$$x^2 + x^2 = (\sqrt{50})^2$$

$$2x^2 = 50$$

$$x^2 = 25$$

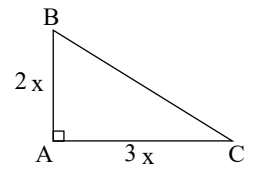
$$x = 5$$

$$\text{مجموع نمرات} = 18 \times 5 = 90$$

$$\text{معدل} = \frac{\text{مجموع نمرات}}{\text{تعداد}}$$

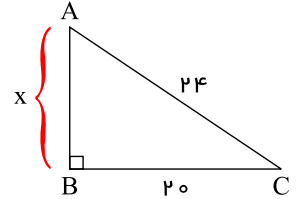
$$\text{مجموع نمرات ۶ درس} = 90 + 17 = 107$$

$$107 \div 6 \approx 17,83$$

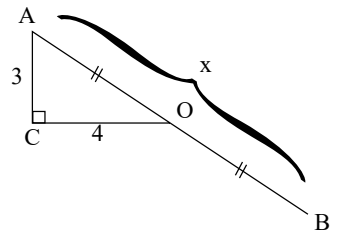


۱۱۴

۱۱۵ درخت را عمود بر زمین در نظر می‌گیریم.



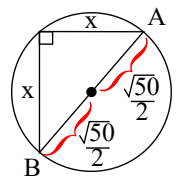
۱۱۶



۱۱۷ خیر، باید رابطه فیثاغورس را بررسی کرد:

پس این اندازه برای مثلث قائم‌الزاویه نیست.

۱۱۸ پاسخ:



۱۱۹ وقتی در ۵ درس، معدل ۱۸ شده است. یعنی مجموع نمرات او به صورت زیر است:

حال اگر درس ششم را اضافه کنیم:

حال معدل ۶ درس برابر است با:

۱۲۰ خط شکسته

۱۲۱ مساوی

۱۲۲ کمان یک درجه

۱۲۳ وضع یک خط و دایره به فاصله مرکز دایره تا خط و شعاع دایره بستگی دارد.

۱۲۴ ۳۶۰ درجه



۱۲۵) برای محاسبه اندازه زاویه محاطی X بایستی اندازه هر کمان و مجموع کمان‌های مقابل زاویه \hat{X} را بیابیم.

$$\text{هر کمان} = \frac{۳۶۰}{۸} = ۴۵$$

$$\hat{X} = \frac{\frac{۳}{۲} \times ۴۵}{۲} = ۱۳۵^\circ$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود مقابل زاویه X یا هر کدام از زوایای ۸ ضلعی ۶ کمان ۴۵ درجه‌ای وجود دارد بنابراین خواهیم داشت:

زاویه X یک زاویه محاطی و نصف کمان مقابلش یعنی $۶ \times ۴۵^\circ$ است \Leftarrow همچنین زاویه \hat{O} یک زاویه مرکزی و برابر \Leftarrow

$$\hat{O} = ۴۵^\circ = \text{اندازه کمان مقابل}$$

۱۲۶

$$\hat{Q}G = ۳۶۰ - (\frac{۳۰۰}{۲} + ۱۰۰) = ۶۰^\circ$$

زاویه \hat{O} مرکزی است و برابر با کمان مقابلش است. $\hat{O} = \hat{Q}G = ۶۰^\circ$

$$\hat{P} = \frac{\hat{Q}G}{۲} = \frac{۶۰}{۲} = ۳۰^\circ$$

نکته: از این تمرین می‌توان نتیجه گرفت که گاه یک زاویه مرکزی و یک زاویه محاطی مقابل یک کمان مشترک باشند اندازه زاویه محاطی نصف اندازه زاویه مرکزی خواهد بود.

۱۲۷) با توجه به اینکه رأس زاویه BAC روی محیط دایره است و اضلاع آن وترهای دایره هستند بنابراین زاویه محاطی است و اندازه آن نصف کمان مقابلش است بنابراین:

$$\hat{B}AC = \frac{\widehat{BC}}{۲} = \frac{۷۰}{۲} = ۳۵^\circ$$

و همچنین با توجه به اینکه زاویه BOC زاویه مرکزی است اندازه آن برابر کمان مقابلش است.

$$\hat{B}OC = \widehat{BC} = ۷۰^\circ$$

۱۲۸

\hat{x} زاویه روبه‌رو به کمان \widehat{WS} است، بنابراین $\hat{x} = \widehat{WS} = ۴۵^\circ$

\hat{t} زاویه روبه‌رو به کمان \widehat{SR} است، بنابراین $\hat{t} = \widehat{SR} = ۹۲^\circ$

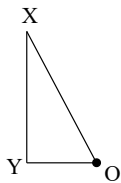
کمان $\widehat{WV} = \widehat{WV} = ۱۸۵^\circ$ است، پس $\widehat{WV} = \widehat{WV} = ۱۸۵^\circ$

اکنون با توجه به اینکه کل دایره ۳۶۰° است کمان Z برابر $\Leftarrow ۱۳۸^\circ = ۳۶۰ - (۴۵ + ۹۲ + ۱۸۵)$

۱۲۹) در شکل داده شده زاویه مرکزی $\hat{O} = ۳۰^\circ$ است و کمان‌های \widehat{AB} و \widehat{XT} و \widehat{RS} مقابل آن هستند و همگی با هم برابر و برابر ۳۰° هستند البته طول‌های کمان‌ها با هم مساوی نخواهند بود ولی میزان درجه آنها یکسان است.

$$\hat{O} = \widehat{RS} = \widehat{XT} = \widehat{AB} = ۳۰^\circ$$

۱۳۰



پاره‌خط XY در نقطه Y بر دایره مماس و بر YO عمود است و مثلث XOY قائم‌الزاویه است.

بنابراین طبق رابطه فیثاغورس اندازه پاره‌خط \overline{XY} را به دست می‌آوریم.

$$\overline{OY}^2 + \overline{XY}^2 = \overline{OX}^2 \Rightarrow ۷^2 + \overline{XY}^2 = ۲۵^2 \Rightarrow ۴۹ + \overline{XY}^2 = ۶۲۵$$

$$\overline{XY}^2 = ۶۲۵ - ۴۹ = ۵۷۶ \Rightarrow \overline{XY} = \sqrt{۵۷۶} = ۲۴ \text{ cm}$$

۱۳۱

الف) ۱ = ۱

$$۶ = ۶ \text{ (ج)}$$

$$۰,۵ > (۰,۵)^2 = ۰,۲۵ \text{ (د)}$$

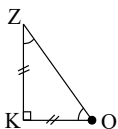
$$\sqrt{۰,۰۱} = ۰,۱ > ۰,۰۱ \text{ (ب)}$$

۱۳۲) الف) پاره‌خط \overline{MT} در نقطه M بر شعاع دایره (\overline{OM}) عمود است و زاویه ۹۰° درجه ایجاد کرده است.

با توجه به اینکه مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰° است \Leftarrow

$$\hat{y} = ۱۸۰ - (\frac{۱۴۰}{۲} + ۹۰) = ۴۰ \text{ بنابراین برای محاسبه } \hat{y} \text{ \Leftarrow } ۴۰$$

ب) در شکل ب با توجه به اینکه $Kz = Oz$ بنابراین مثلث متساوی‌الساقین است و از طرفی زاویه $\hat{K} = ۹۰^\circ$ در محل برخورد پاره‌خط مماس KZ خواهد بود.



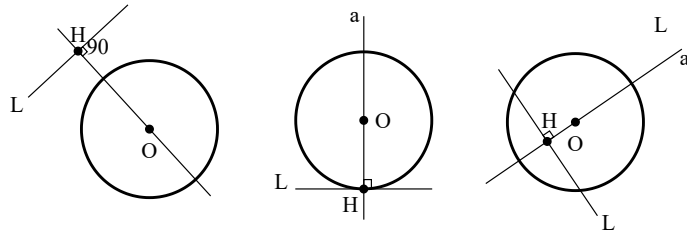


بنابراین در مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه زاویه‌های حاده هر دو برابر 45° درجه هستند. $\hat{z} = \hat{o}$

$$\hat{y} = \hat{O} = 180^\circ - 90^\circ = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$2^{a-1} \times 2^{a-2} \times 2^{5-a} + 1^{3a} = 2^{a-1} \times (2^2)^{a-2} \times (2^2)^{5-a} + 1 = 2^{a-1} \times 2^{2a-4} \times 2^{10-2a} + 1 = 2^{a-1+2a-4+10-2a} + 1 = 2^{a+5} + 1 = 2^4 + 1 = 257$$

۱۳۳



خط تقارن a را در شکل‌های داده شده رسم می‌کنیم. از نقطه O بر خط L عمود می‌کنیم و در هر سه شکل خط تقارن خواهد بود و زاویه بین خط L و خط a که زاویه H است برابر 90° است.

۱۳۴

$$2^3 = +8$$

$$(-2)^3 = (-1)^3 \times 2^3 = -8$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = +\frac{1}{8}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = (-1)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$$

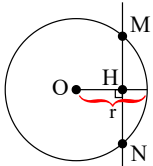
خبر - اعداد منفی به توان فرد برسند حاصل عددی منفی است.

۱۳۵

در ابتدای امر باید به این واقف بود که وضعیت خط و دایره نسبت به هم به شعاع و فاصله خط از مرکز دایره بستگی دارد.

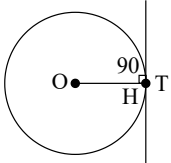
حالت اول: وقتی فاصله خط از مرکز دایره از شعاع دایره کوچکتر است که در این حالت خط با دایره دو نقطه مشترک به نام‌های M و N دارد و متقاطع هستند.

اگر $OH < r$ فاصله خط از مرکز دایره باشد خواهیم داشت:



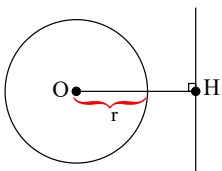
حالت دوم: وقتی فاصله خط از مرکز دایره برابر با شعاع دایره است (خط مماس) که در این حالت خط با دایره فقط یک نقطه مشترک دارد که در آن شعاع بر خط

مماس عمود است. این نقطه مشترک با نام T نشان داده شده است. $OH = r$



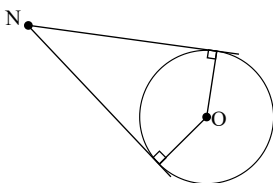
حالت سوم: وقتی فاصله خط از مرکز دایره از شعاع دایره بزرگتر است که در این حالت خط با دایره هیچ نقطه مشترکی ندارد و غیر متقاطع هستند و خط

خارج از دایره قرار دارد. $OH > r$



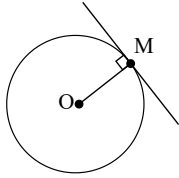
از نقطه N فقط دو خط مماس می‌توان بر دایره رسم کرد.

۱۳۷





از نقطه M فقط یک خط مماس می‌توان بر دایره رسم کرد. چون نقطه M دقیقاً بر روی محیط دایره قرار دارد.



از نقطه T هیچ خط مماسی نمی‌توان بر دایره رسم کرد. زیرا درون دایره قرار دارد.

۱۳۸

الف) $10 + 13 - 11 = 12$

ب) $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

ج) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{10^6}} = \frac{3}{10^3} = 0,003$

| | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| عدد | ۷,۱ | ۷,۲ | ۷,۳ | ۷,۴ | ۷,۵ |
| مجنور | ۵۰,۴۱ | ۵۱,۸۴ | ۵۳,۲۹ | ۵۴,۷۶ | ۵۶,۲۵ |

$\sqrt{55} \approx 7,4$

عدد ۵۵ در جدول مقابل کمترین اختلاف را با عدد ۵۴,۷۶ دارد. پس:

۱۳۹

الف) $\frac{(2^6)^6 \times (2^4)^2 \times 2^{10}}{(2^2)^{21}} = \frac{2^{36} \times 2^8 \times 2^{10}}{2^{42}} = 2^{36+8+10-42} = 2^0 = 1$

ب) $\frac{2^{13} \times (4 \times 3)^{13}}{2^{17} \times (8 \times 3)^{15}} = \frac{2^{13} \times 4^{13} \times 3^{13}}{2^{17} \times 8^{15} \times 3^{15}} = \frac{2^{13} \times 2^{26} \times 3^{13}}{2^{17} \times 2^{45} \times 3^{15}} = \frac{1}{2^{23} \times 3^2}$

ج) $\frac{(2 \times 3^2)^9 \times (3^2)^{18}}{3^6 \times 2^3 \times 3^3} = \frac{2^9 \times 3^{18} \times 3^{36}}{3^9 \times 2^3} = \frac{2^9 \times 3^{54}}{2^3 \times 3^9} = 2^6 \times 3^{45}$

۱۴۰

الف) $\frac{2^{17}}{(2^2)^5} = \frac{2^{17}}{2^{10}} = 2^{17-10} = 2^7$

ب) $\frac{5^7 \times (4 \times 5)^6}{(3 \times 5)^6 \times 5^5} = \frac{5^7 \times 4^6 \times 5^6}{3^6 \times 5^6 \times 5^5} = \frac{5^7 \times (2^2)^6 \times 5^6}{3^6 \times 5^6 \times 5^5} = \frac{5^7 \times 5^6 \times 2^{12}}{5^6 \times 3^6 \times 5^5} = \frac{5^7 \times 2^{12}}{3^6}$

ج) $\frac{(\cancel{(-1)^9} \times \cancel{3^6}) \times (\cancel{2^{12}} \times \cancel{2^{12}})}{(\cancel{2^{12}} \times \cancel{2^{12}}) \times (\cancel{3^6} \times \cancel{(-1)^7})} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0,25$

۱۴۱

۱) $\frac{(-45 \times 2)^{28}}{(2 \times 3 \times 5)^{28}} = \left(\frac{-45 \times 2}{2 \times 3 \times 5}\right)^{28} = (-3)^{28} = (-1)^{28} \times 3^{28} = 3^{28}$

۲) $\frac{(-36)^5}{\left(\frac{18}{36}\right)^{25}} = \frac{(-36)^5}{\frac{18^{25}}{36^{25}}} = -\frac{36^5 \times 36^{25}}{18^{25}} = \frac{(6^2)^{30} \times (-1)}{6^{25} \times 3^{25}} = -\frac{6^6}{6^{25} \times 3^{25}} = -\frac{3^{35} \times 2^{35}}{3^{25}} = -3^{10} \times 2^{35}$

۱۴۲

$x^2 = 2,25 \rightarrow x = \sqrt{2,25} = \sqrt{\frac{225}{100}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{100}} = \frac{15}{10} = 1,5$ (۱) ۱۴۳

$\sqrt[6]{36} < \sqrt{37} < \sqrt[3]{39} \rightarrow (6,1)^2 = 37,21 \rightarrow \sqrt{37} \approx 6,1$ (۲)

$1 < \sqrt{2} < \sqrt{4} \Rightarrow 1 < \sqrt{2} < 2 \Rightarrow -2 < -\sqrt{2} < -1 \Rightarrow 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$ (۳)

۱۴۴



$$\text{الف) } \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{27}} = \frac{5}{6}$$

$$\text{ب) } \sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}} = \frac{3}{100}$$

$$\text{ج) } \sqrt{\frac{9}{256}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{256}} = \frac{3}{16}$$

$$\text{د) } \sqrt{\frac{49}{625}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{625}} = \frac{7}{25}$$

$$\frac{9^{20}}{3^{30}} = \frac{(3^2)^{20}}{3^{30}} = \frac{3^{40}}{3^{30}} = 3^{40-30} = 3^{10}$$

$$S = \pi r^2 = 3 \times (9^4)^2 = 3 \times 9^{10} = 3 \times (3^2)^{10} = 3 \times 3^{20} = 3^{21}$$

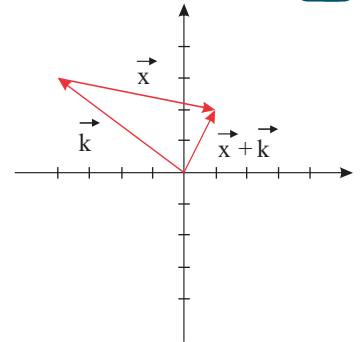
$$\vec{k} = -4\vec{i} + 3\vec{j} = -4 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} +5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

به روش مثلثی بردار را رسم می‌کنیم که ابتدای بردار اول را به انتهای بردار دوم وصل می‌کند.

$$\vec{x} + \vec{k} = \vec{x} + \vec{k}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 \\ +2 \end{bmatrix}$$



۱۴۵

۱۴۶

۱۴۷

$$\vec{a} = -2\vec{i} = -2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = -2\vec{i} - \vec{j} = -2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = -3\vec{j} = -3 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{h} = 5 \times \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow -\frac{1}{2} \times \left(\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} \right)$$

$$\vec{h} = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \times \left(\begin{bmatrix} -4 \\ -4 \end{bmatrix} \right)$$

$$\vec{h} = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10+2 \\ 0+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 2 \end{bmatrix}$$

۱۴۹ الف) عرض‌ها (ب) هم‌راستا (پ) واحد، \vec{j}, \vec{i} / (خلاف جهت)

ت) $\vec{m} = 9\vec{i} - 6\vec{j}$ (ث) 180° درجه چون هم‌راستا و در خلاف جهت هم هستند.

۱۴۸

۱۵۰

$$\begin{bmatrix} 2x-1 \\ 4 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} -4 \\ y \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -x+1 \\ 2y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2x-1 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8 \\ 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -x+1 \\ 2y \end{bmatrix}$$

$$2x-1-8=6-(-x+1) \quad 4+2y=-12-2y$$

$$2x-9=6+x-1 \quad 4y=-12-4$$

$$x=9+6-1 \quad 4y=-16$$

$$x=14 \quad y=-4$$

ابتدا اعدادی که در بردار ضرب شده‌اند را در مؤلفه طول و عرض آن بردار ضرب می‌کنیم.

۱۵۱ الف) در قسمت الف به جای \square عدد ۵ در مختصات $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ضرب شده است.

ب) در قسمت ب عدد $+\frac{1}{4}$ در مختصات $\begin{bmatrix} -28 \\ -20 \end{bmatrix}$ ضرب شده است.

پ) در قسمت پ عدد (-4) در مختصات $\begin{bmatrix} -30 \\ +6 \end{bmatrix}$ ضرب شده است.

۱۵۲ الف) جهت بردار عکس می‌شود.

ب) قرینه



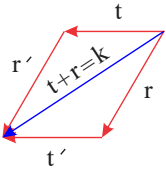
$$\begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} +9 \\ -4 \end{bmatrix} \quad (\text{پ})$$

$$2\vec{x} = \begin{bmatrix} 9+3 \\ -4-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ -9 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} \frac{12}{2} \\ \frac{-9}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} 6 \\ -4,5 \end{bmatrix}$$

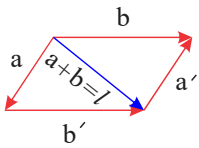
(ت) جهت بردار تغییر نمی‌کند.

۱۵۳

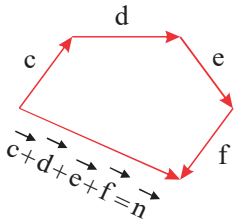
$$\vec{t} + \vec{r} = \vec{t+r} = \vec{k} \quad (\text{الف})$$



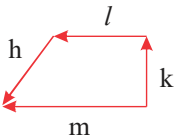
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{l} \quad (\text{ب})$$



$$\vec{c} + \vec{d} + \vec{e} + \vec{f} = \vec{n} \quad (\text{پ})$$



$$\vec{k} + \vec{l} + \vec{h} = \vec{m} \quad (\text{ت})$$



۱۵۴ عبارت داده‌شده را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که بتوانیم در آنها $7m - 3n - 2p$ را به وجود آوریم. سه جمله اول را با هم و سه جمله دوم را نیز با هم در نظر می‌گیریم. در سه جمله

$$\text{اول از } a \text{ و در سه جمله دوم از } b \text{ فاکتور می‌گیریم: } 7m - 3n = 1 + 2p \Rightarrow 7m + 3n - 2p = 1$$

$$7am - 3an - 2ap + 7bm - 3bn - 2bp$$

$$= a(7m - 3n - 2p) + b(7m - 3n - 2p) = a + b$$

۱۵۵ به جای مجهول باید عددی قرار گیرد که نسبت به ۴ اول باشد؛ یعنی بر ۴ بخش پذیر نباشد، می‌توان ۴ عدد زیر را نوشت.

$$(1, 4) = 1, (3, 4) = 1, (5, 4) = 1, (7, 4) = 1$$

۱۵۶

$$x = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 100$$

پس $x + 1$ بر هیچ‌کدام از اعداد دو رقمی بخش پذیر نیستند. چون x بر تمام آنها بخش پذیر است.

۱۵۷ مرکب

۱۵۸ با توجه به اولویت‌ها محاسبات را انجام می‌دهیم:

$$\text{الف)} \frac{-5 - (-17 + 12)}{3 - (-7) + (-19)} = \frac{-5 - (-5)}{3 + 7 - 19} = \frac{0}{-9} = 0$$

$$\text{ب)} \frac{(-54) \times (-52) \times 57}{38 \times 13 \times (-11)} = -\frac{54 \times 6}{11} = -\frac{324}{11}$$



$$\begin{aligned} \text{ج)} & 2 - 2[3 - 3(7 - 8)^4 + 2]^2 \\ & = 2 - 2[3 - 3 \times 1 + 2]^2 = 2 - 2[3 - 3 + 2]^2 = 2 - 2 \times 4 = 2 - 8 = -6 \end{aligned}$$

$$\text{الف)} - [2^3 \times 3] + [-2^2 \times 3 + 4^2] = -[24] + [-12 + 16] = -24 + 4 = -20$$

$$\text{ب)} -11^2 - 5 \times 4^2 + 3 \times (4^3 - 1) = -121 - 80 + 3 \times (64 - 1) = -201 + 189 = -12$$

$$\text{ج)} \sqrt{\sqrt{16} - 2} [5 - 4 \times 3 - 11] = 2 - 2 \times [5 - 12 - 11] = 2 - 2 \times [-18] = 2 + 36 = 38$$

$$\text{د)} 8 - 5 \left[5 + 2(16 - \sqrt{64} \times \sqrt{\frac{-24}{-6}} + 19) \right] = 8 - 5[5 + 2(16 - 16 + 19)]$$

$$8 - 5[5 + 38] = 8 - 5 \times 43 = -207$$

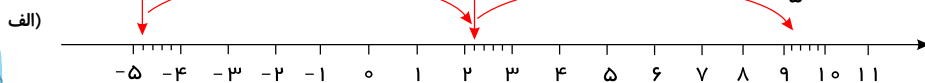
$$\text{ه)} \frac{24 - 14 \times 2 + 30}{18 - (15 - 2 \times 5)} = \frac{24 - 28 + 30}{18 - (15 - 10)} = \frac{-4 + 30}{18 - 5} = \frac{26}{13} = +2$$

۱۶۰ ابتدا فاصله $4/8$ را تا $2/5$ به دست می آوریم. از عدد $2/5$ به همان اندازه جلو می رویم.

$$2 \frac{1}{5} - (-4 \frac{4}{5}) = \frac{11}{5} + \frac{24}{5} = 7$$

$$-4/8 = -4 \frac{4}{5}$$

$$2 \frac{1}{5} + 7 = 9 \frac{1}{5}$$



قرینه نسبت به b

$$\text{ب)} \text{قرینه نسبت به } a \Rightarrow a \xrightarrow{\quad} 2 \times b - a$$

قرینه نسبت به -1

$$+3 \xrightarrow{\quad} 2 \times (-1) - 3 = -2 - 3 = -5$$

۱۶۱ نکته: $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$ به این ترتیب بین دو کلمه می توانیم یک کسر ایجاد کنیم. از یک روش بی نظیر استفاده می کنیم:

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} < - < - < - < - < \frac{2+1}{3+2} < - < - < - < - < \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} < - < \frac{1+3}{2+5} < - < \frac{3}{5} < - < \frac{2+3}{5+3} < - < \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} < \frac{1+4}{2+7} < \frac{4}{7} < \frac{4+3}{7+5} < \frac{3}{5} < \frac{3+5}{5+8} < \frac{5}{8} < \frac{5+2}{8+3} < \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} < \frac{5}{9} < \frac{4}{7} < \frac{7}{12} < \frac{3}{5} < \frac{8}{13} < \frac{5}{8} < \frac{7}{11} < \frac{2}{3}$$

$$-\frac{7}{10} \times \frac{2}{2} \times \frac{4}{10} = -\frac{7}{10} \times -\frac{1}{1} \times \frac{4}{10} = +\frac{28}{100} = 0,28$$



$$\text{الف) } \frac{x}{27} = \frac{3}{x} \Rightarrow x^2 = 81 \Rightarrow x = \pm 9$$

$$\text{ب) } \frac{-3x}{12} = \frac{40}{72} \Rightarrow x = \frac{\cancel{12}^1 \times 40}{-3 \times \cancel{72}_6} = \frac{\cancel{40}^{20}}{-3 \times \cancel{6}_3} = -\frac{20}{9}$$

$$\text{ج) } \frac{(20, 5)}{[12, 3]} = \frac{x}{15} \Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{x}{15} \Rightarrow x = \frac{5 \times 15}{12} \Rightarrow x = \frac{25}{4}$$

$$\text{د) } \frac{x}{-5} = \frac{-20}{25} \Rightarrow x = \frac{-20 \times -5}{25} = \frac{100}{25} = 4$$

۱۶۴

انتها = طول بردار + ابتدا

از انتهای حرکت به اندازه $\frac{2}{3}$ به سمت راست حرکت می‌کنیم.

$$\square + -3\frac{2}{3} = \frac{-2}{4} \Rightarrow \square = \frac{-2}{4} + 3\frac{2}{3} = \frac{-1}{2} + \frac{11}{3} = \frac{-3 + 22}{6} = \frac{19}{6}$$

۱۶۵

$$\text{مجدور } \frac{6}{100} = \frac{36}{1000}$$

$$-1\frac{1}{2} \text{ مکعب} = (-1\frac{1}{2})^3 = (-\frac{3}{2})^3 = \frac{(-3)^3}{2^3} = \frac{-27}{8}$$

$$\text{اختلاف} = \frac{36}{100} - (-\frac{27}{8}) = \frac{360}{1000} + \frac{3375}{1000} = \frac{3735}{1000} = 3,735$$

۱۶۶

برای تبدیل تقسیم به ضرب می‌توانیم عدد دوم را معکوس کرده و در عدد اول ضرب کنیم:

$$\text{الف) } \frac{9}{27} \div \frac{-3}{27} = -\frac{9}{27} \times \frac{27}{3} = -3$$

$$\text{ب) } \frac{6}{10} \div (-\frac{1}{4}) = -\frac{6}{10} \div \frac{1}{4} = -\frac{6}{10} \times \frac{4}{1} = \frac{-12}{5}$$

$$\text{ج) } -(-\frac{5}{14}) \div 2\frac{3}{28} = +\frac{5}{14} \div \frac{59}{28} = \frac{5}{14} \times \frac{28}{59} = \frac{10}{59}$$

$$\text{د) } 14\frac{2}{7} \div (-6) = \frac{100}{7} \times \frac{-1}{6} = \frac{-50}{21}$$

۱۶۷

$$\text{الف) } \frac{-1\frac{4}{6}}{-\frac{5}{6}} = \frac{-b}{4} \Rightarrow b = -\frac{4 \times -(1\frac{4}{6})}{-\frac{5}{6}} = -\frac{4 \times \frac{10}{6}}{\frac{5}{6}} = -\frac{4 \times 10}{5} = -8$$

$$\text{ب) } \frac{-b}{\sqrt{81}} = \frac{-\sqrt{16 \times 4}}{40} \rightarrow b = \frac{\sqrt{81} \times \sqrt{16 \times 4}}{40} = \frac{9 \times 8}{40} = \frac{9}{5}$$

$$\text{الف) } \frac{-7}{19} - \frac{12}{4} + \frac{1}{2} - \frac{6}{57}$$

$$= \frac{-7 \times 12 - 12 \times 57 + 1 \times 14 - 6 \times 4}{228} = \frac{-84 - 684 + 14 - 24}{228} = \frac{-678}{228}$$

$$\text{ب) } -8\frac{60}{60} + 15\frac{31}{31} - 7\frac{5}{5} + 14\frac{10}{10} - 10 = -9 + 16 - 7 + 15 - 10 = +4$$

۱۶۸

برای جمع و تفریق اعداد گویا باید آنها را هم‌مخرج کنیم پس داریم:



$$\text{ج) } -15 - \frac{3}{11} = -15\frac{3}{11} = -\frac{168}{11}$$

$$\text{د) } -0,308 - 0,92 = -1,228$$

$$\text{ه) } -(-(-\frac{1}{-5})) - (-\frac{1}{-3}) = +\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{3-5}{15} = -\frac{2}{15}$$

ب

$$\text{۳ عدد } \Rightarrow -11, -12, -13 : \text{ اعداد صحیح بین } -\frac{4}{5}, -10, -13\frac{5}{8}$$

ث

$$\frac{4}{8} \xrightarrow{\text{مجزور}} (\frac{4}{8})^2 = \frac{4^2}{8^2}$$

۱۶۹

الف درست

ب درست

نا درست

ت درست

نا درست

۱۷۰

الف (ص)، ۲ و ۳

ب (غ)، تنها مقسوم علیه اول هر عدد اول، خود آن عدد است.

پ (ص)، خود عدد

ت (غ)، شمارنده‌های ۳ که {۱، ۳} هستند.

ث (ص)

۱۷۱

الف درست

ب نادرست: یکی از کاربردهای نمودار دایره‌ای مقایسه‌ی داده‌ها با کل داده‌ها است.

پ نادرست: برای نمایش میزان بارندگی در یک روز شهرهای مختلف از نمودار ستونی استفاده می‌کنیم.

۱۷۲

الف رخ نمی‌دهد - قطعاً رخ می‌دهد

ب برابر یا $\frac{1}{2}$ یا همشانس

پ چهار/۴ حالت

ت حالت‌های مورد نظر - حالت‌های ممکن

۱۷۳

الف

$$\left(\frac{3}{5} - \left(+\frac{2}{5}\right)\right) \times \frac{5}{12} = \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{5}\right) \times \frac{5}{12} = \left(\frac{3-2}{5}\right) \times \frac{5}{12} = \frac{1}{5} \times \frac{5}{12} = \frac{1 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times 12} = \frac{1}{12}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right) \div \left(-\frac{2}{5} + \frac{5}{6}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \div \left(-\frac{12}{30} + \frac{25}{30}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \div \left(\frac{-12+25}{30}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \div \left(\frac{13}{30}\right) = -\left(\frac{3}{5} \times \frac{30}{13}\right) = -\frac{3 \times \cancel{30}^6}{\cancel{5} \times 13} = -\frac{18}{13}$$

ب

$$\left(\frac{2}{5} - \frac{3}{5} - \frac{7}{5} + \frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) = \left(\frac{2-3-7+4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) = \left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) = +\frac{4 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times 3} = \frac{4}{3}$$

$$\left(-\frac{3}{8} + \frac{1}{6} - \frac{8}{9}\right) \div \left(\frac{-7}{24}\right) = \left(-\frac{27}{72} + \frac{12}{72} - \frac{64}{72}\right) \div \left(\frac{-7}{24}\right) = \frac{-27+12-64}{72} \div \left(\frac{-7}{24}\right) = \frac{-79}{72} \div \left(\frac{-7}{24}\right)$$

$$= +\left(\frac{79}{72} \times \frac{24}{7}\right) = +\frac{79 \times \cancel{24}^3}{\cancel{72} \times 7} = +\frac{79}{21} = \frac{79}{21}$$



پ

$$(-2 + 3 - 7) + \left(-\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{15}\right) = (-6) + \left(\frac{5+6-1}{15}\right) = (-6) + \left(\frac{0}{15}\right) = -6 + 0 = -6$$

$$-1\frac{1}{2} \times \left(-3\frac{1}{3}\right) = -\frac{3}{2} \times \left(\frac{-10}{3}\right) = +\frac{3 \times 10}{2 \times 3} = +5 = 5$$

ت

$$-4\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{4} = -\frac{9}{2} \div \frac{5}{4} = -\left(\frac{9}{2} \times \frac{4}{5}\right) = -\frac{9 \times \cancel{4}}{\cancel{2} \times 5} = -\frac{18}{5}$$

$$-1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} \times \frac{-8}{5} = -\frac{5}{3} - \frac{5}{4} \times \frac{-8}{5} = -\frac{5}{3} + \frac{\cancel{5} \times \cancel{8}}{\cancel{4} \times 1} = -\frac{5}{3} + 2 = -\frac{5}{3} + \frac{6}{3} = \frac{-5+6}{3} = \frac{1}{3}$$

۱۷۴

الف

نادرست، چون دو عبارت $3x$ و $3y$ متشابه نیستند پس نمی‌توان آنها را با هم ساده کرد.

نکته: دو یک‌جمله‌ای را زمانی متشابه می‌گوییم که قسمت متغیر آنها دقیقاً مثل هم باشند.

ب

نادرست، محیط مستطیل به طول x و عرض y به صورت $P = 2(x + y)$ است.

پ

نادرست. این الگوی عددی مضارب طبیعی عدد ۶ را نمایش می‌دهد. $6n =$ الگو

۱۷۵

الف

درست

ب

درست، زیرا لوزی و مربع به ضلع a ضلع‌های مساوی دارد و هم نهشت نیستند پس گزاره صحیح است.

۱۷۶

الف

درست

۱۷۷

الف

درست - این نکته با هم‌نهشتی دو مثلث قائم‌الزاویه ایجاد شده ثابت می‌شود.

ب

نادرست، هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله است که با هم‌نهشتی دو مثلث قائم‌الزاویه ایجاد شده ثابت می‌شود.

۱۷۸

الف

نادرست، چند ضلعی‌های منتظم با تعداد اضلاع فرد، مرکز تقارن ندارند.

درست

ب

$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25, \quad 5^2 = 25 \Rightarrow 3^2 + 4^2 = 5^2$$

پ

نادرست، عدد صفر تنها عددیست که معکوس ندارد.

ت

درست

۱۷۹

گزینه ب

الف

۶ تا $\Rightarrow 3, 2, 1, 0, -1, -2$: اعداد صحیح بین ۳- و ۴

ب

گزینه ب - اعداد ۹۹ و ۱۲۹ بر عدد ۳، و عدد ۱۱۹ بر عدد ۷ بخش پذیرند، پس مرکب هستند.

پ

گزینه ب، دو خط عمود بر یک خط مشترک، باهم موازی هستند.

گزینه الف

ث

گزینه ج، هر n ضلعی منتظم به تعداد اضلاعش محور تقارن دارد.

۱۸۰

الف

درست، چون صورت و مخرج شمارنده مشترک ندارند پس ساده‌تر نمی‌شوند.

ب

نادرست - هر سه زاویه متناظر برابر هستند ولی لزوماً اضلاع آنها با هم برابر نیست پس نمی‌توان قطعی گفت که دو مثلث هم‌نهشت هستند.

پ

درست. بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده ۵ برابر می‌شود، پس اختلاف آنها نیز ۵ برابر می‌شود که برابر دامنه تغییرات است.

نادرست

ت

$$9 < 13 < 16 \Rightarrow \sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16} \Rightarrow 3 < \sqrt{13} < 4$$

ث

درست، چون دو برابر آن زاویه محاطی است.



۱۸۱ $\hat{O} = \hat{C}$ زاویه هر دو زاویه محاطی روبه روی کمان \widehat{AB} است.

$$\hat{C} = 57^\circ \rightarrow \widehat{AB} = 2 \times 57^\circ = 114^\circ \rightarrow \hat{D} = \hat{C} = 57^\circ$$

$$\widehat{AOB} = 114^\circ \text{ زاویه مرکزی روبه کمان } AB$$

۱۸۲

$$1) 2^2 \times 3^2 \times 6^5 = (2 \times 3)^2 \times 6^5 = 6^2 \times 6^5 = 6^7$$

$$2) (5^2)^3 \div 5^2 = 5^6 \div 5^2 = 5^4$$

$$3) \left(\frac{2}{3}\right)^8 \times \left(\frac{2}{3}\right)^6 \times \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \left(\frac{2}{3}\right)^{6+8} \times 1 = \left(\frac{2}{3}\right)^{14}$$

۱۸۳ سه عدد متوالی را $x, x+1, x+2$ در نظر می‌گیریم:

$$x + (x+1) + (x+2) = 30$$

$$3x + 3 = 30 \rightarrow 3x = 27 \rightarrow x = 9$$

۱۸۴

$$\text{مجموع ۵ درس} = 5 \times 18,25 = 91,25$$

$$\text{مجموع نمرات ۲+} = 91,25 + 2 = 93,25$$

$$\text{میانگین جدید} = \frac{93,25}{5} = 18,65$$

۱۸۵

| حدود دسته | خط نشان | مرکز دسته فراوانی | مرکز دسته \times فراوانی |
|-----------------|---------|-------------------|----------------------------|
| $6 \leq x < 14$ | | ۸ | ۸۰ |

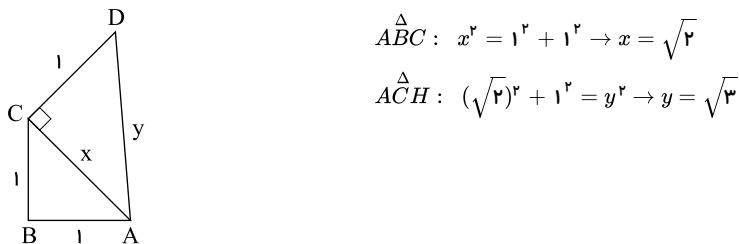
$$= 80 \Rightarrow \left(\frac{6+14}{2}\right) \times \text{فراوانی} = 80 \Rightarrow \text{فراوانی} = 8$$

۱۸۶ برای اینکه مثلثی قائم‌الزاویه باشد باید رابطه فیثاغورس برای آن برقرار باشد:

$$\left. \begin{array}{l} 9^2 = 81 \\ 7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58 \end{array} \right\} \Rightarrow 81 \neq 58$$

خیر، مثلث قائم‌الزاویه نیست؛ زیرا با رابطه فیثاغورس صدق نمی‌کند.

۱۸۷ بنابر قضیه فیثاغورس در دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ACD$ داریم:



۱۸۸

$$\text{اندازه زاویه داخلی} = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} = 135^\circ$$

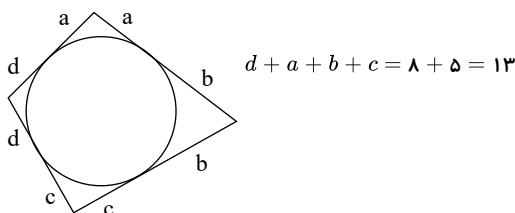
$$180n - 360 = 135n$$

$$180n - 135n = 360$$

$$45n = 360 \rightarrow n = 8$$

۱۸۹

چون اضلاع چهارضلعی بر دایره مماس است، اندازه مجموع هر دو ضلع روبه‌رو مطابق شکل با هم برابر است



و محیط شکل چهارضلعی دو برابر ۱۳ است یعنی ۲۶.

۱۹۰

زاویه داخلی و خارجی مکمل هستند، پس داریم:



$$n \times 180^\circ = 2160^\circ \rightarrow n = \frac{2160^\circ}{180^\circ} = 12 = \text{مجموع زوایای داخلی و خارجی}$$

شکل مورد نظر ۱۲ ضلعی منتظم است.

$$180^\circ - 3^\circ = 15^\circ = \text{هر زاویه داخلی} \rightarrow 3^\circ = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{12} = \text{اندازه هر زاویه خارجی}$$

شکل مرکز تقارن دارد زیرا n زوج است. و اگر شکل را 180° درجه دوران دهیم روی خود شکل قرار می‌گیرد.

۱۹۱ الف) عدد اول ۷ زیرا $13 \times 7 = 91$

ب) عدد ۱۲۱ آخرین عددی است که خط می‌خورد و مضرب ۱۱ است.

۱۹۲ هر پنج کمان ایجاد شده در دایره برابر است. پس:

$$\widehat{DE} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

$$\widehat{A_1} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{CD}}{2} = \frac{2 \times 72}{2} = 72^\circ$$

۱۹۳

$$1) -27 - 25 - \cancel{23} - \dots + \cancel{23} = -27 - 25 = -52$$

$$2) (-3, 23 + 11, 73) \div \left(1\frac{2}{3} - 2\frac{4}{5}\right) = 8,5 \div \left(\frac{5}{3} - \frac{14}{5}\right) = 8,5 \div \left(\frac{25 - 42}{15}\right) = 8,5 \div \frac{-17}{15} = -\frac{17}{2} \times \frac{15}{17} = -\frac{15}{2} = -7,5$$

۱۹۴

زوایای حاده و منفرجه در این حالت مکمل هستند.

$$(x + 40^\circ) + (5x - 40^\circ) = 180^\circ \rightarrow 6x = 180^\circ \rightarrow x = 30^\circ$$

۱۹۵

پاسخ:

| دسته‌ها | فراوانی | میانگین دسته | متوسط \times فراوانی |
|------------------|---------|--------------|------------------------|
| $0 \leq x < 10$ | ۵ | ۵ | ۲۵ |
| $10 \leq x < 20$ | ۲۰ | ۱۵ | ۳۰۰ |
| جمع | ۲۵ | | ۳۲۵ |

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع}}{\text{فراوانی}} = \frac{325}{25} = 13$$

۱۹۶

$$\left. \begin{aligned} \text{احتمال آبی بودن} &= \frac{\text{تعداد مهره آبی}}{\text{کل مهره‌ها}} = \frac{6}{15} \\ \text{سبز بودن} &= \frac{\text{تعداد مهره‌های سبز}}{\text{کل مهره‌ها}} = \frac{4}{15} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

۱۹۷

$$= \frac{(-1) \times (-2)^2 - \frac{1}{2}(-2 - 6^2)}{2 \times (-1) \times (-2) \times 6 + \left(\frac{6}{-2}\right)^3 - \frac{3}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{-4 + 19}{24 - 27 - 12} = \frac{15}{-15} = -1$$

۱۹۸

$$2x - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 2 \times \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -8 \end{bmatrix}$$

$$2x = \begin{bmatrix} 5 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \end{bmatrix} \rightarrow x = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} \\ -\frac{7}{2} \end{bmatrix}$$

۱۹۹ با رسم قطر، مستطیل به دو مثلث قائم‌الزاویه تقسیم می‌شود که قطر وتر مثلث است.

$$\triangle BCD: BD^2 = BC^2 + CD^2 \Rightarrow x^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25} = 5$$

۲۰۰ پاسخ:

$$\left. \begin{aligned} AS &= AS \text{ ضلع مشترک} \\ KS &= TS \text{ فرض سؤال} \\ \hat{K} &= \hat{T} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{(وض)}} \triangle AKS \cong \triangle ATS$$

$$K\hat{A}S = S\hat{A}T, AK = AT, K\hat{S}A = T\hat{S}A$$

(۲)



(الف) ۲۰۱

$$\text{هر زاویه خارجی} = \frac{360}{n} = 15^\circ \rightarrow n = 24 \Rightarrow 180^\circ - 165^\circ = 15^\circ = \text{زاویه خارجی}$$

(ب)

$$\text{مجموع زوایای داخلی} : (n - 2) \times 180^\circ = (24 - 2) \times 180^\circ = 22 \times 180^\circ = 3960^\circ$$

۲۰۲

$$\hat{O}_1 = 80^\circ \xrightarrow{\substack{\widehat{BOC} \text{ متساوی الساقین} \\ \hat{B}_1 = \hat{C}}} \hat{B}_1 + \widehat{BCO} = 180 - 80 = 100$$

$$\hat{B}_1 = 50^\circ \quad \hat{B}_1 = \widehat{BCO} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 360 - \widehat{BC} = 360^\circ - 80^\circ = 280^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ \leftarrow \text{زاویه محاطی } \hat{A}$$

$$\widehat{BOC} = 80^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 360^\circ - 80^\circ = 280^\circ$$

۲۰۳

| حدود دسته | خط نشان | فراوانی | مرکز دسته | فراوانی × مرکز دسته |
|------------------|---------|---------|-----------|---------------------|
| $0 < x \leq 6$ | | ۱۱ | ۳ | ۳۳ |
| $6 < x \leq 12$ | | ۴ | ۹ | ۳۶ |
| $12 < x \leq 18$ | | ۷ | ۱۵ | ۱۰۵ |
| جمع | - | ۲۲ | - | ۱۷۴ |

$$\text{میانگین} = \frac{174}{22}$$

حدود دسته برابر ۶ است، پس دسته آخر $12 < x \leq 18$ است.

(الف) ۲۰۴

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OD} \text{ شعاع دایره بزرگ} \\ \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ \\ \overline{OB} = \overline{OC} \text{ شعاع دایره کوچک} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOB \cong \triangle COD$$

(ب)

$$\overline{AB} = \overline{CD}$$

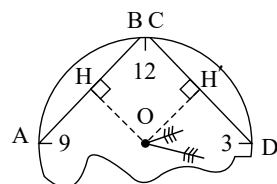
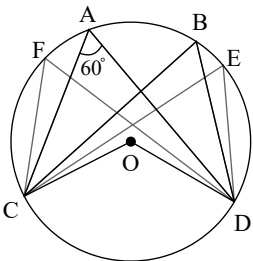
$$\hat{A} = \hat{D}$$

(الف) ۲۰۵ \widehat{DOC} کمان مقابل زاویه محاطی A است، که دو برابر آن زاویه محاطی اندازه آن است.

\hat{B} زاویه محاطی مقابل کمان \widehat{DC} است، که اندازه آن نصف کمان \widehat{DC} است.

$$\widehat{DOC} = 120^\circ, \quad \hat{B} = 60^\circ$$

(ب) زاویه E و F دو زاویه محاطی و مساوی با زاویه A هستند، زیرا مقابل کمان \widehat{CD} هستند.



(الف) ۲۰۶ دو وتر \overline{AB} و \overline{CD} را رسم می‌کنیم سپس عمودمنصف‌ها آنها را می‌کشیم، محل تلاقی عمودمنصف‌ها همان مرکز دایره است.



۲۰۷ الف. بزرگ‌ترین داده برابر ۲۰ و کوچک‌ترین آنها صفر است پس: $۲۰ - ۰ = ۲۰ =$ دامنه تغییرات

ب. $۴ = ۲۰ \div ۵ = \frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد دسته}} = \text{طول دسته}$

| دسته | چوب خط | فراوانی | متوسط دسته | فراوانی \times متوسط دسته |
|---------------------|--------|---------|------------------------------|-----------------------------|
| $۰ \leq x < ۴$ | /// | ۳ | $\frac{۰+۴}{۲} \approx ۲$ | ۶ |
| $۴ \leq x < ۸$ | /// | ۳ | $\frac{۴+۸}{۲} \approx ۶$ | ۱۸ |
| $۸ \leq x < ۱۲$ | /// | ۳ | $\frac{۸+۱۲}{۲} \approx ۱۰$ | ۳۰ |
| $۱۲ \leq x < ۱۶$ | //// | ۴ | $\frac{۱۲+۱۶}{۲} \approx ۱۴$ | ۵۶ |
| $۱۶ \leq x \leq ۲۰$ | ////// | ۱۷ | $\frac{۱۶+۲۰}{۲} \approx ۱۸$ | ۳۰۶ |
| جمع | | ۳۰ | | ۴۱۶ |

پ.

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{فراوانی}} = \frac{۴۱۶}{۳۰} = ۱۳,۸۶$$

۲۰۸

پاسخ:

$A \cong J$ (ضضض) $B \cong I$ (ضضض) $C \cong H$ (ضضض) $D \cong G$ (ضضض) $E \cong F$ (وتر یک ضلع)

۲۰۹

پاسخ:

دوران ۹۰° درجه ساعت‌وار: ب \rightarrow الف

دوران ۱۸۰° درجه: ج \rightarrow الف

دوران ۹۰° غیر ساعت و یا دوران ۲۷۰° درجه: د \rightarrow الف

دوران ۱۸۰° درجه: ب \rightarrow د

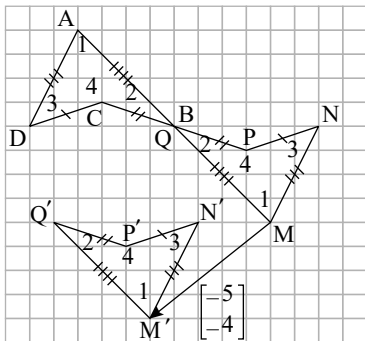
تقارن: ط \rightarrow ظ

تقارن: ز \rightarrow ر

دوران ۱۸۰° : ط \rightarrow ر

دوران ۱۸۰° : ظ \rightarrow ز

۲۱۰ برای دوران هر رأس را به نقطه B وصل می‌کنیم و خط ایجاد شده را به اندازه ۱۸۰° درجه دوران می‌دهیم. انتهای خط جدید برابر نقطه متناظر دوران یافته است.

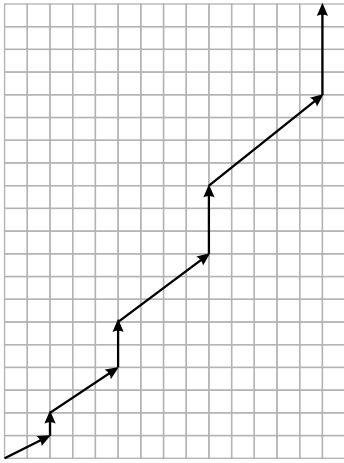


۲۱۱ روبات از بردارهایی با دو الگوی متفاوت برنامه‌ریزی شده است: برای بردارهای فرد در هر حرکت، یک واحد به طول و یک واحد به عرض اضافه می‌شود و برای بردارهای زوج در هر حرکت یک واحد به عرض اضافه شده است.

$$B = \begin{bmatrix} ۱۴ \\ ۲۰ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix} \quad \text{پس از حرکت دوم}$$

$$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵ \\ ۶ \end{bmatrix} \quad \text{پس از حرکت چهارم}$$



$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 20 \end{bmatrix}$$

پس از حرکت هشتم

۲۱۲ طول a و b را عرض در نظر می‌گیریم:

$$p = 2(a + b) \xrightarrow{a=4b} 80 = 2(4b + b) \rightarrow 4b + b = 40 \rightarrow 5b = 40$$

$$b = 8 \text{ عرض (1)}, a = 4 \times 8 = 32 \text{ طول (2)}$$

$$(1), (2): S = a \times b = 32 \times 8 = 256 \text{ cm}^2$$

۲۱۳

| | | |
|------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| ۰ | -۲ | ۱ |
| -۱ | -۳ | ۲ |
| $(-3 \times 0) + (-1)^2 = 1$ | $(-3) \times (-2) + (-3)^2 = 15$ | $(-3 \times 1) + 2^2 = 1$ |
| $(5 \times 0) - 2 \times (-1) = 2$ | $5(-2) - 2 \times (-3) = -4$ | $(5 \times 1) - 2 \times 2 = 1$ |

در مثلث متساوی‌الساقین: ۲۱۴

$$180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$90^\circ \div 2 = 45^\circ$$

$$\hat{y} = 45^\circ$$

$$\hat{x} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

هر کدام از زاویه‌های مثلث:

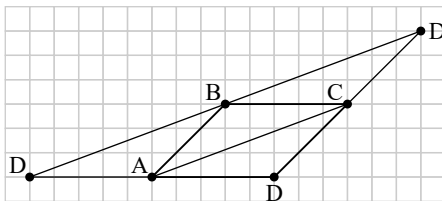
زاویه‌های تند متوازی‌الاضلاع:

۲۱۵ پاسخ:

۳ متوازی‌الاضلاع می‌توان رسم کرد.

در متوازی‌الاضلاع، اضلاع روبه‌رو باهم برابر و موازی هستند.

ABCD, ADBC, ABDC



۲۱۶

| | | | | | | |
|----------|------------------|------------------|-----------------|----------------|----------------|-------------------|
| $x < -3$ | $-3 \leq x < -2$ | $-2 \leq x < -1$ | $-1 \leq x < 0$ | $0 \leq x < 1$ | $1 \leq x < 2$ | $x \geq 2$ |
| $-3/5$ | $-2\frac{1}{2}$ | $-1\frac{7}{9}$ | $-\sqrt{1}$ | $0,369$ | $\sqrt{2}$ | $\frac{395}{100}$ |

۲۱۷

الف

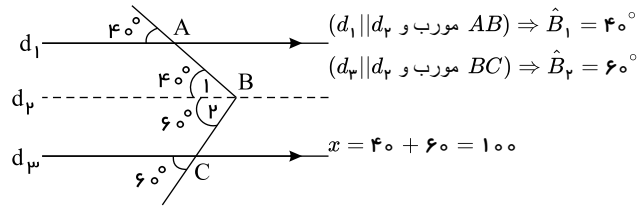
طبق قضیه خطوط موازی و مورب، زوایای حاده و منفرجه ایجاد شده مکمل هستند.

$$(3x + 20^\circ) + 130^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 3x + 20 = 50 \Rightarrow 3x = 30 \Rightarrow x = 10$$



ب



۲۱۸

الف

فرینه
 $a \xrightarrow{\text{فرینه}} -a \Rightarrow \frac{a}{-a} = -1$
 عدد مورد نظر

ب، ۹ ندارد.

پ

$$a \times a^3 = a^{3+1} = a^4$$

۲۱۹

الف

نادرست، ۲، عدد زوج و عدد اول است.

ب

نادرست

پ

نادرست

ت

درست

ث

نادرست، باید زاویه داخلی چهارضلعی ۹۰ درجه باشد.

۲۲۰

نادرست

الف

$$(a + 3)^2 = (a + 3)(a + 3) = a^2 + 3a + 3a + 9 = a^2 + 6a + 9 \neq a^2 + 9$$

ب، درست. دو بردار $3\vec{a}$ و \vec{a} موازی و هم راستا ولی مخالف جهت یکدیگر هستند.

ب

نادرست

پ

$$\sqrt{16} = 4 \xrightarrow{\text{حذر}} \sqrt{4} = 2$$

۲۲۱

الف

$$\frac{\cancel{4}}{3} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{4}} \times \dots \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{4}} \times \frac{48}{\cancel{4}} = \frac{48}{3} = 16$$

ابتدا اعداد را بدون علامت در نظر می‌گیریم. حاصل ۱۶ شده، حال باید مقدار منفی‌ها شمرده شود. تعداد کل کسرها ۴۵ است که ۲۳ کسر منفی و ۲۲ کسر مثبت وجود دارد. پس تعداد منفی‌ها فرد است و در نتیجه حاصل ضرب ۱۶- می‌شود.

ب

$$\sqrt{25} < \sqrt{27} < 36 \Rightarrow 5 < \sqrt{27} < 6 \Rightarrow -6 < -\sqrt{27} < -5$$

پ

$$\frac{360}{n} = 15 \Rightarrow n = 24$$

ت

$$20^8 = (2 \times 10)^8 = 2^8 \times 10^8 = 256 \times 10^8 = \underbrace{256000000}_{\substack{\text{تا صفر ۳ رقم} \\ \text{۱۱ رقم}}}$$

الف

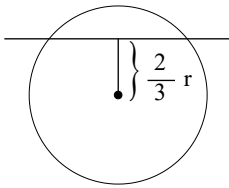
$$\frac{360}{5} = 72^\circ \rightarrow \text{زاویه محاطی رو به کمان} = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

گزینه ب درست است.

۲۲۲

گزینه ج

اگر به همه داده‌ها ۵ واحد اضافه کنیم، میانگین داده‌ها نیز ۵ واحد اضافه می‌شود.



گزینه ج، با توجه به شکل روبه‌رو مشخص است که این خط که فاصله آن تا مرکز برابر $\frac{2}{3}r$ شعاع است، دایره را در دو نقطه قطع می‌کند.

۲۲۳

الف

می‌توان حاصل جمع را به صورت زیر بنویسیم:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{9900} = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$$

$$= (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \dots + (\frac{1}{99} - \frac{1}{100}) = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

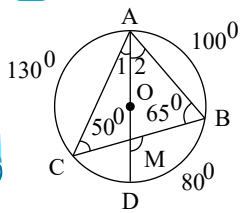
ب

$$\sqrt{45} + \sqrt{6 + 2\sqrt{16 + 9}} = \sqrt{45} + \sqrt{6 + 2\sqrt{25}} = \sqrt{45} + \sqrt{6 + 10} = \sqrt{45} + 4 = \sqrt{49} = 7$$

↓
۵

۲۲۴

الف



$$\left. \begin{aligned} \hat{C} \rightarrow \widehat{AB} = 2 \times \hat{C} = 2 \times 50^\circ = 100^\circ \\ \widehat{ABD} = 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{ABD} - \widehat{AB} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

با توجه به اینکه مجموع زوایای داخلی مثلث 180° درجه است $\rightarrow \hat{A} = 180^\circ - (50^\circ + 65^\circ) = 65^\circ$

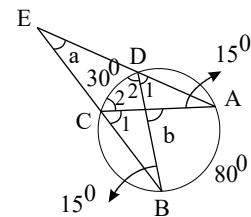
$$\hat{A}_r = \frac{\widehat{BD}}{2} = 40^\circ$$

زاویه خارجی \hat{M} برابر مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور می‌باشد $\Leftarrow \hat{M} = \hat{B} + \hat{A}_r = 65^\circ + 40^\circ = 105^\circ$

ب

$$\hat{A} = \hat{B} = \frac{\widehat{CD}}{2} = 15^\circ$$

$$\hat{D}_1 = \hat{C}_1 = \frac{\widehat{AB}}{2} = 40^\circ \Rightarrow \hat{D}_r = \hat{C}_r = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$



مجموع زوایای داخلی مثلث $BED \rightarrow \hat{D}_r + \hat{B} = 180^\circ$

$$a + 140^\circ + 15^\circ = 180^\circ \rightarrow a = 25^\circ$$

$$a + 155 = 180 \rightarrow a = 180 - 155$$

$$a + \hat{D}_r + \hat{C}_r + \hat{b} = 360^\circ$$

$$25^\circ + 140^\circ + 140^\circ + \hat{b} = 360^\circ \rightarrow \hat{b} = 55^\circ$$

$\hat{b}_1 = \hat{b}_r = 55^\circ \Leftarrow$ متقابل به رأس اند

۲۲۵

درست، عدد صفر معکوس ندارد.

الف

درست، با استفاده از هم‌نهشتی دو مثلث قائم‌الزاویه و در حالت وتر و یک ضلع اثبات می‌شود.

ب

نادرست، دامنه تغییرات می‌گویند، طول دسته از تقسیم دامنه تغییرات بر تعداد دسته‌ها به دست می‌آید.

پ

ویژه خرداد ۱۴۰۲



فیلم تحلیل سوالات امتحانات پایان ترم

برای دیدن **فیلم حل نمونه سوالات** بزن رو لینک زیر

مشاهده فیلم ها

تحلیل نمونه سوالات ریاضی هشتم