



شرکت توسعه انتشارات

پرش_م ۱۱

۱- به ازای چند عدد صحیح n حاصل عبارت گویای مقابل برابر یک عدد صحیح است؟

$$\frac{n^2 - 7n + 16}{n - 2}$$

۸ (۴)

۷ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۲- مساحت سطح محصور بین ۳ خط مقابل و محور x ها کدام است؟

$$y = -x + 7, y = 2, y = x - 1$$

۱۲ (۴)

۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۶ (۱)

۳- کمترین مقدار عبارت $x^2 + 3x + 1$ چند است؟

$-\frac{9}{4}$ (۴)

-۱ (۳)

$-\frac{5}{4}$ (۲)

-۵ (۱)

۴- اگر $\frac{x}{5} = \frac{y}{7}$ باشد و داشته باشیم $x^2 - y^2 = -24$ در این صورت $2x - y$ کدام است؟

-۲ و ۲ (۴)

۱ و ۰ (۳)

-۱ و ۱ (۲)

-۳ و ۳ (۱)

۵- اگر $x^2 + y^2 = 5xy$ باشد، حاصل $(\frac{x+y}{x-y})^2$ کدام گزینه است؟

$-\frac{7}{3}$ (۴)

+۱ (۳)

-۱ (۲)

$\frac{7}{3}$ (۱)

۶- محل برخورد خط $\sqrt{5y} - \sqrt{12x} = \sqrt{20}$ با قرینه اش نسبت به محور عرض ها تا مبدأ مختصات چقدر فاصله دارد؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۲۰ (۲)

$\sqrt{20}$ (۱)

۷- دسته‌ی خطوط زیر از نقطه‌ی ثابتی می‌گذرند. آن نقطه کدام است؟

$$(m - 2)x + my - 1 = 3$$

$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۱)

۸- سن پدری چهار سال قبل ۶ برابر سن پسرش بوده و ۱۰ سال بعد سن پدر ۲/۵ برابر سن پسرش می‌شود. پدر و پسر چند سال اختلاف سنی دارند؟

۳۶ (۴)

۳۰ (۳)

۲۴ (۲)

۲۰ (۱)

۹- اگر $m, n \in \mathbb{R}^+$ و $3m + n = 7$ باشند، بیشترین مقدار $m^2 + n^2$ کدام است؟

هیچ کدام (۴)

۵ (۳)

۱۷ (۲)

$\frac{247}{18}$ (۱)

۱۰- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\left(\frac{x^2 + \frac{1}{x^2} + 1}{3x + 1}\right) \left(\frac{3x^2 + 16x + 5}{x^2 + 7x + 10}\right) \div \frac{x^3 - \frac{1}{x^2}}{\left(x - \frac{1}{x}\right)(2x + 4)}$$

-۱ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)



حداکثر مقدار عبارت $2x^2 - 12x - 2$ کدام است؟

- ۱۲ ① ۱۸ ② ۶ ③ ۲۰ ④

۱۲ - خطی با شیب تعریف نشده و خط دیگری با شیب ۱- داریم. نیمساز زاویه حاصل از برخورد این دو خط، با محور x چه زاویه‌ای می‌سازد؟

- ۴۵° ① ۶۷٫۵° ② ۲۲٫۵° ③ گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ ④

۱۳ - حاصل عبارت زیر، در کدام گزینه آمده است؟ (تمام عبارتها تعریف شده است.)

$$\frac{ab^2x^3 + 6x^2a^3b - 2a^2x^2 - 12x^2a^5}{a^2x^2} = ?$$

- ① $-12x^2a^2 + b^2ax + 6ab$ ② $\frac{b^2x}{a} + 6ab - 2 - 12x^2a^3$ ③ $b^2ax + 6axb - 2 - 12x^2a^3$ ④ $\frac{b^2x}{a} + 6ab - 2 - 12x^2a^2$

۱۴ - حاصل عبارت زیر کدام گزینه است؟

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 4} \times \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} \times \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 4x + 3} = ?$$

- ① $\frac{x+2}{x-2}$ ② $\frac{x-2}{x+2}$ ③ $\frac{x+1}{x-1}$ ④ $\frac{x-1}{x+1}$

۱۵ - مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع ۳، ۴، ۵ را حول ارتفاع وارد بر وترش دوران می‌دهیم. حجم حاصل کدام گزینه است؟

- ① $\frac{8}{402}\pi$ ② $\frac{8}{08\pi}$ ③ $\frac{8}{204}\pi$ ④ $\frac{8}{192}\pi$

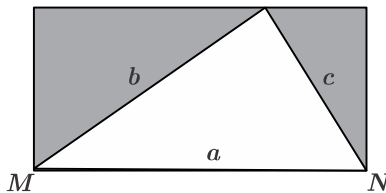
۱۶ - اگر $A = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$ و $P = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، معادله خطی که شرایط زیر برای آن برقرار باشد، کدام گزینه است؟
- از P بگذرد.

- A و B در یک طرف آن واقع باشند.

- از A و B به یک فاصله باشد.

- ① $2x + y + 1 = 0$ ② $5x + 3y + 1 = 0$ ③ $4x + y + 5 = 0$ ④ $2y + 3x = 0$

۱۷ - می‌دانیم که در مستطیل زیر $a^2 = b^2 + c^2$. حجم حاصل از دوران ناحیه تیره‌رنگ حول ضلع MN چند برابر عدد π است؟



- ① $\frac{2b^2c^2}{3a^2}$ ② $\frac{2b^2c^2}{3a}$ ③ $\frac{b^2c^2}{3a^2}$ ④ $\frac{b^2c^2}{3a}$

۱۸ - مجموع جواب‌های معادله مقابل چند است؟

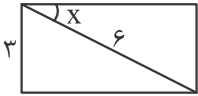
$$x^2 - 4 = 3x$$

- ① ۲ ② ۱ ③ ۴ ④ ۳

۱۹ - مجموعه جواب نامعادله مقابل کدام است؟

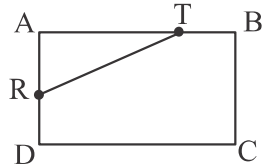
$$(2x + 1)^2 \leq (x - 1)(4x - 1)$$

- ① $x \geq 0$ ② $x < 0$ ③ $x > 0$ ④ $x \leq 0$



۲۰- زاویه x در مستطیل زیر کدام است؟

- ① ۴۵ ② ۱۵ ③ ۳۰ ④ ۶۰



۲۱- در مستطیل $ABCD$ نقطه R وسط پاره خط AD و $TB = \frac{AB}{4}$ است. در تساوی مقدار

$$\vec{RT} = x \cdot \vec{BC} + y \cdot \vec{CD}$$

کدام است؟

- ① $\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{5}{4}$

۲۲- در تجزیه عبارت $3x^5 - 48x$ ، کدام گزینه وجود ندارد؟

- ① $3x$ ② $x^2 + 4$ ③ $x - 3$ ④ $x + 2$

۲۳- مجموع شیب و عرض از مبدأ خط $2x - 3y - 5 = 0$ کدام گزینه است؟

- ① $-\frac{7}{3}$ ② $\frac{+7}{3}$ ③ $+1$ ④ -1

۲۴- اگر بدانیم $-a < 0 < -b$ ، چند تا از نابرابری‌های زیر حتماً درست هستند؟

الف) $a^3 > b^3$

ب) $a^2 < b^2$

پ) $a^2 > b^2$

- ① یک ② دو ③ سه ④ صفر

۲۵- خط d با خط $x + 2y = 4$ موازی بوده و خط $2y - 6x - 10 = 0$ را در نقطه‌ای به طول ۱- قطع می‌کند. معادله‌ی خط d کدام گزینه است؟

- ① $2y = -x + 4$ ② $2y = -x - 4$ ③ $2y = -x + 3$ ④ $2y = -x - 3$

۲۶- اگر شیب خطی به معادله‌ی $3mx - 2(m+1)y = 5$ برابر ۲ باشد، مقدار m چقدر است؟

- ① -1 ② -3 ③ -4 ④ -5

۲۷- از برخورد خط $3x + 4y + 12 = 0$ با محور مختصات، مثلثی به وجود می‌آید. محیط این مثلث چقدر است؟

- ① ۹ ② ۱۲ ③ ۱۵ ④ ۱۶

$$A = \begin{bmatrix} 2m \\ m \end{bmatrix}$$

۲۸- اگر نقطه‌ی $(2, 1)$ روی خط‌های $y = 2x - 2b$ و $2x - 3y - 6 = 0$ واقع باشد، مقدار b چقدر است؟

- ① ۲ ② ۱ ③ ۶ ④ ۹

۲۹- در دستگاه زیر x چند است؟

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$$

- ① ۱ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{30}{13}$ ④ $\frac{7}{12}$

۳۰- دایره‌ای بر محورهای مختصات مماس است و در ربع دوم قرار دارد. مرکز آن روی خط $2y - x = 3$ قرار دارد. طول نقطه‌ی مرکز کدام است؟

- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ ۱ ④ -1



۳۱- اگر $T = x^2 + 2x + 1$ باشد، مقدار x بر حسب T چقدر است؟

- ① $\pm\sqrt{T} - 1$ ② $\pm\sqrt{T} + 1$ ③ $\pm 2\sqrt{T} - 1$ ④ $\pm 2\sqrt{T} + 1$

۳۲- اگر $x^2 + 7x = -12$ ، مقدار $x^3 - 1$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- ① -28 ② -37 ③ -64 ④ -126

۳۳- چندتا از نقطه‌های زیر، بالاتر از خط $2x + y = 3$ قرار دارد؟

$$B = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

- ① صفر ② یک ③ دو ④ سه

۳۴- عبارت $\frac{x}{x} \div \frac{x-1}{x-2}$ به ازای چند مقدار صحیح تعریف نشده است؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ صفر

۳۵- دو خط $x = 6$ و $y = x + 1$ با محورهای مختصات، یک چهارضلعی می‌سازند. مساحت آن کدام است؟

- ① ۴۸ ② ۱۲ ③ ۲۴ ④ ۱۲,۵

۳۶- کدام عبارت به ازای تمام اعداد حقیقی تعریف شده است؟

- ① $\frac{3x^4 + 4x + 1}{5x}$ ② $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 9}$ ③ $\frac{2x}{6x^2 - 1}$ ④ $\frac{6x^4 + 2}{x^3 - 1}$

۳۷- عبارت $\frac{3x - 2}{-2 - 3x}$ با کدام یک از گزینه‌های زیر برابر است؟ (تمام عبارتها تعریف شده می‌باشد.)

- ① $\frac{3x - 2}{2 + 3x}$ ② $\frac{2 - 3x}{-2 + 3x}$ ③ $\frac{2 - 3x}{2 + 3x}$ ④ $\frac{-3x - 2}{2 - 3x}$

۳۸- حاصل کدام عبارت عددی صحیح است؟ (تمام عبارتها تعریف شده می‌باشد.)

- ① $\frac{-d + c}{-c + d}$ ② $\frac{m^2 c}{m^2 c^2}$ ③ $\frac{x^2 - 8}{x^2}$ ④ $\frac{1 - b}{1 - a}$

۳۹- باقی‌مانده تقسیم عبارت $x^2 - 7x + 12$ بر $x - 3$ کدام گزینه است؟

- ① -4 ② $+3$ ③ $x + 4$ ④ صفر

۴۰- حاصل تقسیم عبارت $x^3 - 1$ بر $x^2 + x + 1$ کدام گزینه است؟

- ① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $x^2 - 1$ ④ $x^2 + 1$

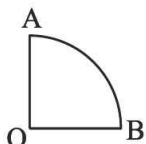
۴۱- دایره‌ای به قطر ۱۲ سانتی‌متر را 180° حول قطرش دوران می‌دهیم، حجم شکل حاصل کدام گزینه است؟

- ① 216π ② 288π ③ 252π ④ 144π

۴۲- نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر را 270° درجه حول قطرش دوران می‌دهیم. مساحت کل شکل حاصل کدام گزینه است؟

- ① 300π ② 200π ③ 320π ④ 400π

۴۳- ربع دایره‌ی زیر را 360° حول OA دوران می‌دهیم. اگر شعاع دایره 6cm باشد مساحت کل چند سانتی‌متر مربع است؟



- ① 108π ② 72π ③ 144π ④ 180π



۴۴- اگر ارتفاع استوانه‌ای را ۳ برابر و شعاع آن را ۲ برابر کنیم، حجم آن چند برابر می‌شود؟

- ① ۴ ② ۱۲ ③ ۶ ④ ۲

۴۵- حجم هرمی با قاعده مربع به ضلع ۶ که وجه‌های جانبی آن مثلث‌های متساوی‌الساقینی به ساق ۱۰ می‌باشد، برابر کدام گزینه است؟

- ① $9\sqrt{82}$ ② $18\sqrt{82}$ ③ $12\sqrt{82}$ ④ $36\sqrt{82}$

۴۶- حجم حاصل از دوران مستطیلی به ابعاد ۸ و ۵ حول طولش برابر کدام گزینه است؟

- ① 160π ② 100π ③ 320π ④ 200π

۴۷- از دوران مثلث قائم‌الزاویه حول ضلع قائمه‌اش چه حجمی به دست می‌آید؟

- ① استوانه ② مکعب ③ مخروط ④ نیم‌کره

۴۸- مساحت گسترده یک چهار وجهی منتظم به ضلع ۱۰ برابر کدام گزینه می‌باشد؟

- ① $100\sqrt{3}$ ② $25\sqrt{3}$ ③ $400\sqrt{3}$ ④ $200\sqrt{3}$

۴۹- به ازای چند مقدار صحیح برای x ، عبارت $x^2 + 4x + 13$ مربع کدام است؟

- ① ۱ ② صفر ③ ۳ ④ ۲

۵۰- کدام گزینه نادرست است؟

- ① اگر $n \in N$ باشد، همواره $n - n^2$ بر ۲ بخش پذیر است. ② اگر یکان عددی ۵ بود مربع آن عدد دهگانش حتماً ۲ است.
 ③ اگر $n \in N$ باشد، همواره $n^5 - n$ بر ۵ بخش پذیر است. ④ عدد $n^2 + n + 1$ به ازای بعضی از اعداد طبیعی n بر ۲ بخش پذیر است.

۵۱- معادله‌ی خطی که از نقطه‌ی تلاقی دو خط $y - 3 = x$ و $y - 2 = 2x$ گذشته و با نیمساز ربع اول و سوم موازی است کدام است؟

- ① $y = x + 5$ ② $y = x - 4$ ③ $y = x + 3$ ④ $y = x - 5$

۵۲- چه رابطه‌ای بین m و n برقرار باشد تا ۳ نقطه‌ی $\begin{bmatrix} n \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} m \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ تشکیل یک مثلث را ندهند؟

- ① $m = \frac{n+1}{2}$ ② $m = \frac{n-1}{2}$ ③ $n = \frac{m+1}{2}$ ④ $n = \frac{m-1}{2}$

۵۳- باقی‌مانده‌ی تقسیم $x^3 + 3x^2 + x - 1$ بر $x^2 + 1$ کدام گزینه است؟

- ① -۶ ② -۵ ③ $2x - 4$ ④ $-2x - 6$

۵۴- عبارت $x^2 - 8x^2 + x + 10$ بر کدام عبارت بخش پذیر است؟

- ① $x - 2$ ② $x + 1$ ③ $x - 4$ ④ $x + 2$

۵۵- چه تعداد از اعضای مجموعه $\{-40, -39, \dots, 39, 40\}$ در نامعادله $\frac{x+9}{-22} < \frac{8x-3}{-11}$ صدق می‌کند؟

- ① ۳۹ ② ۴۲ ③ ۴۱ ④ ۴۵

۵۶- ساده‌شده عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{a^2 - b^2 - c^2 - 2bc}{a^2 + b^2 - c^2 + 2bc} \div \frac{-a + b + c}{a + b - c}$$

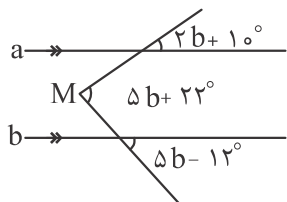
- ① -۱ ② $a - b - c$ ③ ۱ ④ $a + b + c$



۵۷- در دو اتاق با حجم یکسان، به نام‌های «الف» و «ب» داریم. در اتاق «الف» یک توپ به شعاع ۱ متر و در اتاق «ب» یک میلیون توپ به شعاع ۱ سانتی‌متر قرار دارد. کدام گزینه در مورد حجم فضای خالی این دو اتاق صحیح است؟

- ① حجم فضای خالی اتاق «الف» بیشتر از حجم فضای خالی اتاق «ب» است.
 ② حجم فضای خالی اتاق «ب» بیشتر از حجم فضای خالی اتاق «الف» است.
 ③ بسته به روش قرار گرفتن توپ‌ها در اتاق «ب»، پاسخ متفاوت است.
 ④ حجم فضای خالی این دو اتاق برابر است.

۵۸- در شکل زیر $a \parallel b$ است. اندازه زاویه M چند درجه است؟



- ① 112° ② 34° ③ 72° ④ 82°

۵۹- کدام تساوی، اتحادی جبری برای همه مقادیر اعداد حقیقی است؟

- ① $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ ② $\frac{x}{y} = xy^{-1}$
 ③ $x^2 + x^2 + x^2 = (\sqrt{3}x)^2$ ④ گزینه‌های «۲» و «۳» درست است.

۶۰- کدام گزینه می‌تواند یکی از عامل‌های عبارت زیر باشد؟

$$(x^2 + 1)^2 + (b - a^2)(x^2 + 1)^2 - a^2b$$

- ① $x^2 + 1 - a$ ② $x^2 + 1 + b$ ③ $(x^2 + 1)^2 - a$ ④ $(x^2 + 1)^2 + a^2$



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴

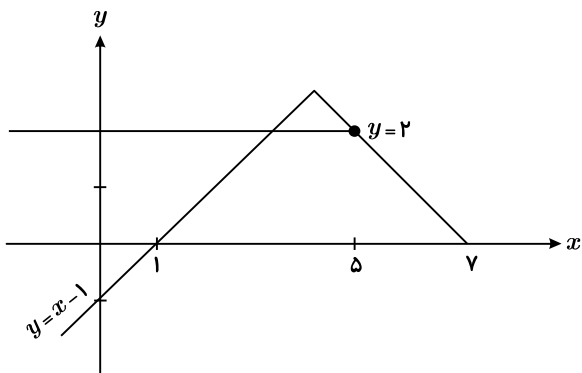
$$\frac{n^2 - 7n + 16}{n - 2} = \frac{(n - 2)(n - 5) + 6}{(n - 2)} = (n - 5) + \frac{6}{n - 2}$$

باید کسر $\frac{6}{n - 2}$ مقداری صحیح داشته باشد؛ پس:

$$n = -4, n = -1, n = 0, n = 1, n = 3, n = 4, n = 5, n = 8$$

هشت مقدار صحیح می تواند داشته باشد.

۲ - گزینه ۳



$$\left. \begin{array}{l} y = -x + 7 \xrightarrow{y=2} 2 = -x + 7 \Rightarrow x = 5 \\ y = x - 1 \xrightarrow{y=2} 2 = x - 1 \Rightarrow x = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 2 = \text{قاعده کوچک دوزنقه}$$

قاعده بزرگ دوزنقه با توجه به شکل: $7 - 1 = 6$

ارتفاع دوزنقه با توجه به خط $y = 2$: $h = 2$

$$\Rightarrow S = \frac{(2 + 6) \times 2}{2} = 8$$

۳ - گزینه ۲

$$x^2 + 3x + 1 = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} + 1 = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{5}{4} \Rightarrow \text{کمترین مقدار عبارت} = \frac{-5}{4}$$

= کمترین مقدار

۴ - گزینه ۱

$$x = \frac{x}{5}y \Rightarrow (\frac{5}{y})^2 - y^2 = -24$$

$$\frac{25}{49}y^2 - y^2 = -24 \Rightarrow \frac{-24}{49}y^2 = -24 \Rightarrow y^2 = 49 \Rightarrow y = \pm 7$$

$$x^2 - 49 = -24 \Rightarrow x^2 = -24 + 49 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$$

$$\begin{cases} x = 5 \Rightarrow 2x - y = 2(5) - 7 = +3 \\ y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -5 \Rightarrow 2x - y = 2(-5) + 7 = -3 \\ y = -7 \end{cases}$$

۵ - گزینه ۱ ابتدا صورت و مخرج عبارت را به توان ۲ می رسانی، سپس به جای عبارت $x^2 + y^2$ عبارت $5xy$ را قرار می دهیم.

$$\frac{x^2 + y^2 + 2xy}{x^2 + y^2 - 2xy} = \frac{5xy + 2xy}{5xy - 2xy} = \frac{7xy}{3xy} = \frac{7}{3}$$

۶ - گزینه ۴ محل برخورد خط با قرینه اش نسبت به محور عرض ها روی محور عرض ها است

$$\sqrt{5y} - \sqrt{12x} = \sqrt{20} \xrightarrow{x=0} \sqrt{5y} = \sqrt{20} \Rightarrow y = \sqrt{4} \Rightarrow y = 2$$

پس محل برخورد خط و قرینه اش روی نقطه ی



۰
۲

است که تا مبدأ مختصات ۲ واحد فاصله دارد.

۷ - گزینه ۱

$$\Rightarrow mx - 2x + my - 1 = 3 \Rightarrow m(x+y) - 2x - 4 = 0$$

$$\begin{cases} x+y=0 \\ -2x-4=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow y=2 \end{cases}$$

پس مختصات $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ در معادله‌ی تمام خطوط این دسته خط صدق می‌کند.

۸ - گزینه ۳

$x = \text{سن الان پدر}$

$y = \text{سن الان پسر}$

$$\begin{cases} x-4=6(y-4) \\ x+10=2/5(y+10) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-4=6y-24 \\ x+10=2/5y+20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-6y=-20 \\ x-2/5y=10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x+6y=20 \\ x-2/5y=10 \end{cases}$$

$$3/5y = 35 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow x = 40$$

اختلاف: $40 - 10 = 30$

۹ - گزینه ۴ بیشترین مقدار $m^2 + n^2$ مشخص نیست.

۱۰ - گزینه ۲

$$\frac{x^2 + \frac{1}{x^2} + 1}{3x+1} \times \frac{(3x+1)(x+5)}{(x+5)(x+3)} \times \frac{(x-\frac{1}{x})(2x+4)}{(x-\frac{1}{x})(x^2+1+\frac{1}{x^2})} \Rightarrow \frac{2x+4}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} = 2$$

۱۱ - گزینه ۴

$$2 - 12x - 2x^2 = -2(x^2 + 6x - 1)$$

$$-2(\underbrace{x^2 + 6x + 9}_{\text{مربع کامل}} - 10) = -2((x+3)^2 - 10)$$

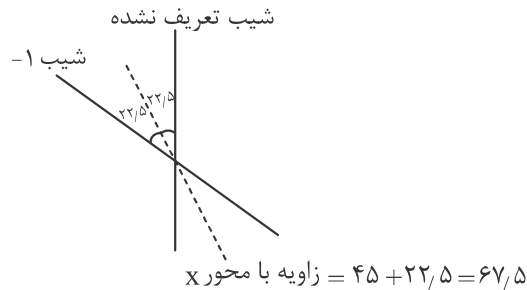
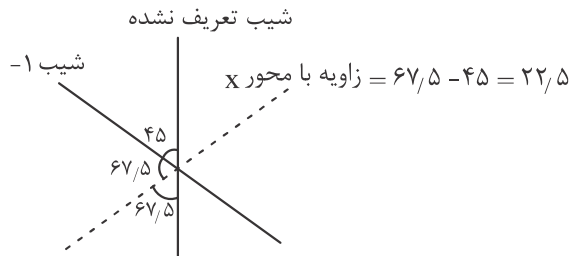
$$-2(x+3)^2 + 20$$

$= 20 = \text{حداکثر مقدار}$

دقت کنید حداکثر مقدار عبارت $-2(x+3)^2$ برابر صفر است.

۱۲ - گزینه ۴

دو حالت امکان پذیر است:

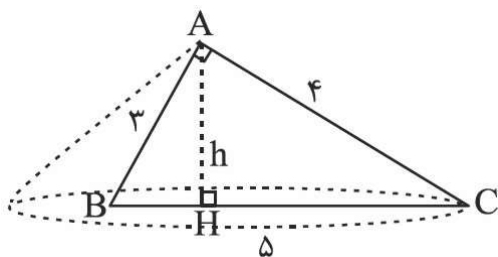


۱۳ - گزینه ۲

$$\frac{ab^2x^2}{a^2x^2} + \frac{6x^2a^2b}{a^2x^2} - \frac{2a^2x^2}{a^2x^2} - \frac{12x^2a^2}{a^2x^2} = \frac{b^2x}{a} + 6ab - 2 - 12a^2x^2$$

۱۴ - گزینه ۴

$$\frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x+2)} \times \frac{(x-2)(x-1)}{(x-3)(x-1)} \times \frac{(x+4)(x-1)}{(x+3)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}$$



۱۵ - گزینه ۴ $S = \frac{3 \times 4}{2} = \frac{h \times 5}{2} \Rightarrow h = 2/4$

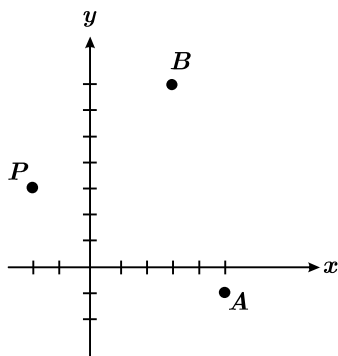
$HC^2 = 4^2 - 2/4^2 = 16 - 5/16 = 10/16$

$GC = \sqrt{10/16} = 3/2$

$V = \frac{1}{3} (3/2)^2 \times 2/4 = 8/192\pi$

۱۶ - گزینه ۳

برای آنکه خط داده شده از نقاط A و B به یک فاصله باشد باید خط موردنظر موازی خط AB باشد پس شیب آن برابر شیب AB است.



$m_{AB} = \frac{y - (-1)}{x - 5} = \frac{1}{-2} = -1/2$

$y - 3 = -1/2(x - (-2)) \Rightarrow y = -1/2x - 1 + 3 \Rightarrow y = -1/2x + 2 \Rightarrow x + 2y - 4 = 0$

۱۷ - گزینه ۲ از دوران مستطیل حول ضلع MN یک استوانه به دست می آید و از دوران مثلث قائم الزاویه سفیدرنگ دو مخروط که در قاعده مشترک هستند (شعاع قاعده مشترک برابر عرض مستطیل است.) به دست می آید؛ پس حجم حاصل از دوران قسمت تیره رنگ برابر است با: (h عرض مستطیل است.)

$bc = ah \Rightarrow h = \frac{bc}{a}$

$V = \pi \left(\frac{bc}{a}\right)^2 \times a - \frac{1}{3} \pi \left(\frac{bc}{a}\right)^2 (h_1 + h_2) = \frac{2}{3} \pi \frac{b^2 c^2}{a}$
 مجموع ارتفاع های دو مخروط $a =$

بنابراین برابر $\frac{2b^2 c^2}{3a}$ است.

۱۸ - گزینه ۴

$x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$

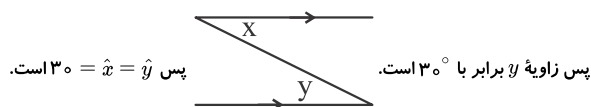
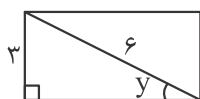
$4 + (-1) = 3$

۱۹ - گزینه ۴

$\Rightarrow 4x^2 + 4x \leq 4x^2 - x - 4x + 4$
 $\Rightarrow 4x + 4x \leq 0 \Rightarrow 8x \leq 0 \Rightarrow x \leq 0$

۲۰ - گزینه ۳

در مثلث قائم الزاویه ضلع روبه رو به زاویه 30° نصف وتر است.





۲۱ - گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} \vec{RT} &= \vec{RA} + \vec{AT} = \frac{1}{4}\vec{DA} + \frac{3}{4}\vec{AB} \\ \vec{DA} &= -\vec{BC}, \vec{AB} = -\vec{CD} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{RT} = \frac{-1}{4}\vec{BC} - \frac{3}{4}\vec{CD} \Rightarrow x = \frac{-1}{4}, y = \frac{-3}{4} = x + y = \frac{-1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

۲۲ - گزینه ۳

$$3x(x^2 - 16) = 3x(x^2 + 4)(x^2 - 4) = 3x(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$$

۲۳ - گزینه ۴ در معادله $ax + by + c = 0$ شیب از رابطه $-\frac{a}{b}$ و عرض از مبدأ از رابطه $\frac{-c}{b}$ به دست می آید، پس:

$$\left. \begin{aligned} \text{شیب} &= \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} \\ \text{عرض از مبدأ} &= \frac{+5}{-3} = \frac{-5}{3} \end{aligned} \right\} + \frac{2}{3} - \frac{5}{3} = \frac{-3}{3} = -1$$

۲۴ - گزینه ۱ ابتدا فرض مسئله را قرینه می کنیم تا به شکل $a > 0 > b$ در آید. حال می توان فهمید a مثبت و b منفی می باشد.

(الف) از نامساوی $a > b$ می توان نتیجه گرفت $a^3 > b^3$ ، پس این نامساوی درست است.

(ب) می دانیم a^2 عددی مثبت است و b^3 عددی منفی است، پس $a^2 > 0 > b^3$ ، در نتیجه این نابرابری نادرست است.

(پ) با توجه به اینکه a و b هم علامت نیستند، از $a > b$ لزوماً نمی توان به نامساوی $a^2 > b^2$ رسید. پس این نابرابری همواره درست نیست.

۲۵ - گزینه ۳

$$x + 2y = 4 \Rightarrow 2y = -x + 4 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow \text{شیب} = -\frac{1}{2}$$

$$2y - 6x - 10 = 0 \xrightarrow{x=-1} 2y - 6(-1) - 10 = 0 \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2$$

نقطه $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ را داخل معادله خط d که به صورت $y = -\frac{1}{2}x + b$ است، جای گذاری می کنیم تا مقدار b به دست آید.

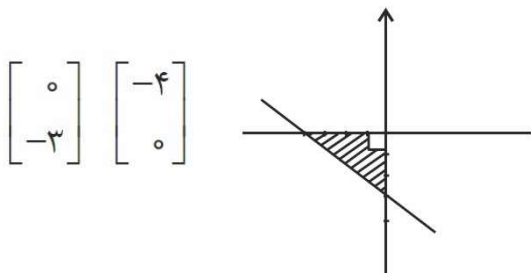
$$y = -\frac{1}{2}x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}} 2 = -\frac{1}{2}(-1) + b \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

$$d \text{ معادله خط } : y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \Rightarrow 2y = -x + 3$$

۲۶ - گزینه ۳ می توان معادله را استاندارد کرد.

$$-2(m+1)y = -3mx + 5 \Rightarrow y = \frac{-3m}{-2(m+1)}x + \frac{5}{-2(m+1)} \Rightarrow$$

$$\frac{-3m}{-2(m+1)} = \frac{2}{1} \Rightarrow -3m = 2(-2(m+1)) \Rightarrow -3m = -4m - 4 \Rightarrow m = -4$$

۲۷ - گزینه ۲ ابتدا خط $3x + 4y + 12 = 0$ را رسم می کنیم.

حالا به کمک فیثاغورث، وتر مثلث را نیز محاسبه می کنیم.

$$3^2 + 4^2 = \text{وتر}^2 \Rightarrow \text{وتر} = 5$$

$$12 = 3 + 4 + 5 = \text{محیط مثلث}$$

۲۸ - گزینه ۴ مختصات نقطه A را داخل دو خط جای گذاری می کنیم.



$$2x - 3y - 6 = 0 \xrightarrow{\begin{bmatrix} 2m \\ m \end{bmatrix}}$$

$$2(2m) - 3(m) - 6 = 0 \Rightarrow 4m - 3m - 6 = 0 \Rightarrow m = 6$$

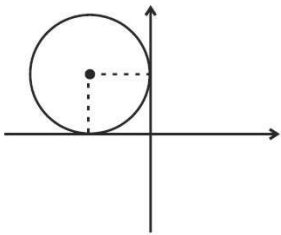
$$y = 2x - 2b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 2m \\ m \end{bmatrix}} m = 2(2m) - 2b \Rightarrow m = 4m - 2b \Rightarrow$$

$$-3m = -2b \xrightarrow{m=6} -3(6) = -2b \Rightarrow -18 = -2b \Rightarrow b = 9$$

۲۹ - گزینه ۳

$$\times 6 \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 6 \xrightarrow{\times 2} 6x - 4y = 12 \\ 2x + 3y = 6 \xrightarrow{\times 2} 4x + 6y = 12 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 13x = 30 \Rightarrow x = \frac{30}{13}$$

۳۰ - گزینه ۴ با توجه به شکل، مشخص است که مرکز روی نیمساز ربع دوم و چهارم ($y = -x$) قرار می‌گیرد.



$$\left. \begin{array}{l} y = -x \\ 2y - x = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 2(-x) - x = 3 \Rightarrow -3x = 3 \Rightarrow x = -1$$

$$y = 1$$

پس مرکز دایره $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ است، که طول آن ۱- است.
۳۱ - گزینه ۱

$$T = (x+1)^2 \Rightarrow x+1 = \pm\sqrt{T} \Rightarrow x = \pm\sqrt{T} - 1$$

گزینه ۱ - ۳۲

$$x^2 + 7x + 12 = 0 \Rightarrow (x+3)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \Rightarrow x^3 - 1 = -28 \\ x = -4 \Rightarrow x^3 - 1 = -65 \end{cases}$$

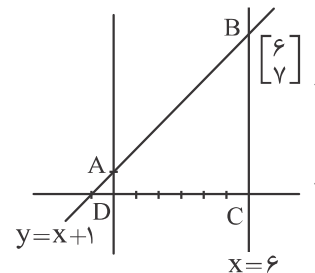
۳۳ - گزینه ۱ اگر طول هر نقطه را در معادله جای‌گذاری کنید مقدار به‌دست آمده برای y بیشتر از عرض نقطه است. پس همه نقاط زیر خط داده شده هستند.

۳۴ - گزینه ۳

$$\frac{x}{x} \div \frac{x-1}{x-2} = \frac{x}{x} \times \frac{x-2}{x-1} \Rightarrow \frac{x-2}{x-1} \quad \begin{array}{l} x \neq 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{array}$$

$$S = \frac{(1+7) \times 6}{2} = 24$$

۳۵ - گزینه ۳



۳۶ - گزینه ۲ زیرا به ازای تمام مقادیر اعداد حقیقی همواره مثبت و مخالف صفر است.

۳۷ - گزینه ۳

$$\frac{3x-2}{-2-3x} \xrightarrow{\text{فکتور از } (-1)} \frac{(-1)(-3x+2)}{(-1)(2+3x)} = \frac{2-3x}{2+3x}$$

۳۸ - گزینه ۱ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: $x=1$



$$\frac{-d+c}{-c+d} = \frac{(-1)(d-c)}{(d-c)} = -1$$

گزینه ۲:

$$\frac{m^x c}{m^x c^x} = \frac{1}{c}$$

گزینه ۳:

$$\frac{x^x - \lambda}{x^x} = \frac{x^x}{x^x} - \frac{\lambda}{x^x} = 1 - \frac{\lambda}{x^x}$$

گزینه ۴:

$$\frac{1-b}{1-a}$$

ساده نمی‌شود

۳۹ - گزینه ۴ عبارت $x^2 - 7x + 12$ بر $x - 3$ بخش پذیر است، پس باقی مانده صفر است.

۴۰ - گزینه ۱ عبارت $x^4 - 1$ از حاصل ضرب $(x-1)(x^3 + x^2 + x + 1)$ به دست می‌آید.

۴۱ - گزینه ۲ اگر دایره‌ای را ۱۸۰ درجه دوران دهیم یک کره به دست می‌آید.

$$R = 6 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi(6)^3 = 288\pi$$

۴۲ - گزینه ۴ اگر نیم دایره را ۲۷۰ درجه حول قطرش دوران دهیم $\frac{3}{4}$ کره پدید می‌آید. که مساحت کل آن با مساحت کل کره برابر است، پس داریم:

$$4\pi R^2 \Rightarrow 4\pi(10)^2 = 400\pi$$

۴۳ - گزینه ۱ اگر ربع دایره را ۳۶۰ درجه حول شعاعش دوران دهیم یک نیم کره توپُر پدید می‌آید که مساحت کل آن از رابطه $3\pi R^2$ به دست می‌آید.

$$3\pi R^2 \Rightarrow 3\pi(6)^2 = 108\pi$$

۴۴ - گزینه ۲

$$\text{حجم اولیه} = \frac{1}{3}R^2 h$$

$$\text{حجم جدید} = \frac{1}{3}(2R)^2 \times (3h) = \frac{1}{3} \times 4R^2 \times 3h = 12 \times \frac{1}{3}R^2 h = 12 \times \text{حجم اولیه}$$

۴۵ - گزینه ۳

$$AC^2 = AB^2 + BC^2: \triangle ABC \text{ در مثلث}$$

$$AC = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$AH = 3\sqrt{2}$$

$$MH^2 = AM^2 - AH^2: \triangle AHM \text{ در مثلث}$$

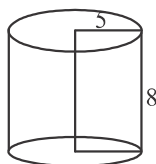
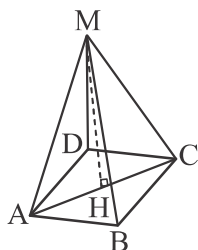
$$MH = \sqrt{10^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{100 - 18} = \sqrt{82}$$

$$\text{حجم هرم} = \frac{1}{3} \times 6^2 \times \sqrt{82} = 12\sqrt{82}$$

۴۶ - گزینه ۴

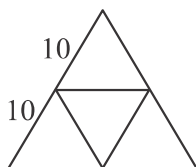
$$\text{حجم استوانه} = \pi r^2 h$$

$$\text{حجم} = \pi \times 5^2 \times 8 = 200\pi$$



۴۷ - گزینه ۳

۴۸ - گزینه ۱ نکته: مساحت مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ می‌باشد.



$$\text{مساحت گسترده} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 20^2 = 100\sqrt{3}$$

۴۹ - گزینه ۴

$$x^2 + 4x + 13 = A^2$$

$$(x+2)^2 + 9 = A^2 \Rightarrow$$

تنها مربع‌های کاملی که ۹ تا اختلاف دارند ۱۶ و ۲۵ هستند.

$$\Rightarrow (x+2)^2 = 16 \Rightarrow x+2 = \pm 4 \Rightarrow x=2, x=-6$$

۵۰ - گزینه ۴

$$n^2 - n = n(n-1)$$

حاصل ضرب ۲ عدد متوالی بر ۲ بخش پذیر است.

$$n^5 - n = n(n^4 - 1) = n(n+1)(n-1)(n^2 + 1)$$

اگر n به یکی از رقم‌های ۰، ۱، ۴، ۵، ۶ و ۹ ختم شود، آن‌گاه n یا $n+1$ یا $n-1$ بر ۵ بخش پذیر خواهند بود. اگر n به یکی از رقم‌های ۲، ۳، ۷ و ۸ ختم شود، n^2 به ۴ یا ۹ ختم می‌شود. پس $n^2 + 1$ بر ۵ بخش پذیر خواهد شد.

اگر یکان عددی ۵ باشد، مربع a^5 برابر است با:

$$\overline{a5} \times \overline{a5} = (10a + 5)^2 = 100a^2 + 100a + 25$$

پس حتماً دهگان آن ۲ است پس گزینه‌ی «۴» نادرست است.

$$\begin{cases} y-x=3 \\ y-2x=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2y+2x=-6 \\ y-2x=2 \end{cases}$$

$$-y=-4 \Rightarrow y=4 \Rightarrow x=1$$

گزینه ۳ - ۵۱

نقطه و ۱: شیب $y=x \Rightarrow$ نیمساز ربع اول و سوم $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 4 = 1(x - 1) \Rightarrow y = x - 1 + 4 \Rightarrow y = x + 3$$

۵۲ - گزینه ۱ سه نقطه زمانی تشکیل مثلث نمی‌دهند که روی خط راست باشند، پس باید شیب یکسانی داشته باشند.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{شیب}} \frac{0-1}{1-m} = \frac{-1}{1-m}$$

$$\begin{bmatrix} m \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{شیب}} \frac{1-2}{m-n} = \frac{-1}{m-n}$$

$$-\frac{1}{1-m} = -\frac{1}{m-n} \Rightarrow 1-m = m-n$$

$$2m = 1+n \Rightarrow m = \frac{n+1}{2}$$

$$x^4 + 3x^3 + x - 1 = (x^3 + 1) + R \quad (\text{خ. ق.})$$

$$x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x^3 = -1$$

گزینه ۳ - ۵۳

$$R = (x^3)^2 x + 3x^2 + x - 1 = (-1)^2 x + 3(-1) + x - 1 = x - 3 + x - 1 = 2x - 4$$



گزینه ۲ - ۵۴

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 2^y - 8(2)^2 + 2 + 10 \neq 0 \quad \times$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow (-1)^y - 8(-1)^2 + (-1) + 10 = 0 \quad \checkmark \Rightarrow \text{مقسوم علیه عبارت داده شده است}$$

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow (4)^y - 8(4)^2 + 4 + 10 \neq 0 \quad \times$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow (-2)^y - 8(-2)^2 + (-2) + 10 \neq 0$$

گزینه ۱ - ۵۵

$$\frac{8x - 3}{-11} < \frac{x + 9}{-22} \xrightarrow{\times(-22)} 16x - 6 > x + 9$$

$$\Rightarrow 15x > 15 \Rightarrow x > 1 \xrightarrow{\text{با توجه به مجموعه داده شده}} \{2, 3, 4, \dots, 39\}$$

گزینه ۱ - ۵۶

$$\frac{a^2 - b^2 - c^2 - 2bc}{a^2 + b^2 - c^2 + 2ab} \times \frac{a + b - c}{-a + b + c} = \frac{a^2 - (b + c)^2}{(a + b)^2 - c^2} \times \frac{a + b - c}{-(a - b - c)}$$

با استفاده از اتحاد مزدوج در کسر اول داریم:

$$= \frac{\cancel{(a-b-c)} \cancel{(a+b+c)}}{\cancel{(a+b-c)} \cancel{(a+b+c)}} \times \frac{\cancel{(a+b-c)}}{-\cancel{(a-b-c)}} = -1$$

گزینه ۴ - ۵۷

$$\text{مترمکعب } V_1 = \frac{4}{3}\pi \times 1^3 = \frac{4}{3}\pi \quad (\text{پر شده الف})$$

۱ سانتی متر برابر ۱۰۰ متر است.

$$\text{مترمکعب } V_2 = \left(\frac{4}{3}\pi \times 100^3\right) \times 1000 = \frac{4}{3}\pi$$

چون فضای پر شده هر دو یکسان است؛ پس حجم فضای خالی این دو اتاق برابر است.

گزینه ۴ - ۵۸

$$2b + 10^\circ + 5b - 12^\circ = 5b + 22^\circ \Rightarrow 7b - 2^\circ = 5b + 22^\circ \Rightarrow 2b = 24^\circ \Rightarrow b = 12^\circ$$

$$\hat{M} = 5 \times 12^\circ + 22^\circ = 82^\circ$$

گزینه ۳ - ۵۹

اگر دو عبارت جبری به گونه ای باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان حاصل یکسانی داشته باشند، برابری جبری حاصل از آنها را اتحاد جبری می نامیم.

در تساوی گزینه ۱، تساوی داده شده به ازای هر مقدار دلخواهی برقرار نیست. همچنین در گزینه ۲، تساوی به ازای $y = 0$ برقرار نیست.

گزینه ۱ - ۶۰

$$(x^2 + 1)^2 + (b - a^2)(x^2 + 1)^2 - a^2b = ((x^2 + 1)^2 - a^2)((x^2 + 1)^2 + b) = (x^2 + 1 - a)(x^2 + 1 + a)((+1)^2 + b)$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴	۱۰ - ۲	۱۹ - ۴	۲۸ - ۴	۳۷ - ۳	۴۶ - ۴	۵۵ - ۱
۲ - ۳	۱۱ - ۴	۲۰ - ۳	۲۹ - ۳	۳۸ - ۱	۴۷ - ۳	۵۶ - ۱
۳ - ۲	۱۲ - ۴	۲۱ - ۴	۳۰ - ۴	۳۹ - ۴	۴۸ - ۱	۵۷ - ۴
۴ - ۱	۱۳ - ۲	۲۲ - ۳	۳۱ - ۱	۴۰ - ۱	۴۹ - ۴	۵۸ - ۴
۵ - ۱	۱۴ - ۴	۲۳ - ۴	۳۲ - ۱	۴۱ - ۲	۵۰ - ۴	۵۹ - ۳
۶ - ۴	۱۵ - ۴	۲۴ - ۱	۳۳ - ۱	۴۲ - ۴	۵۱ - ۳	۶۰ - ۱
۷ - ۱	۱۶ - ۳	۲۵ - ۳	۳۴ - ۳	۴۳ - ۱	۵۲ - ۱	
۸ - ۳	۱۷ - ۲	۲۶ - ۳	۳۵ - ۳	۴۴ - ۲	۵۳ - ۳	
۹ - ۴	۱۸ - ۴	۲۷ - ۲	۳۶ - ۲	۴۵ - ۳	۵۴ - ۲	